第2章 直流电阻电路的分析计算

2.1 电阻的串联和并联

目的与要求

会对串、并联电路进行分析、计算

重点与 难点

重点： 1.串联分压原理
2.并联分流原理
3.串、并联电路的分析、计算

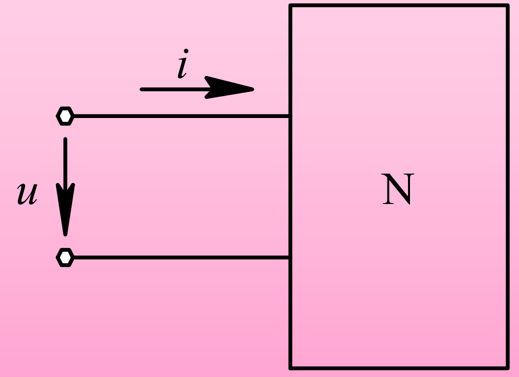
难点： 网络等效的定义

2.1.1 等效网络的定义

1.二端网络　端口电流　　端口电压

2.等效网络:一个二端网络的端口电压电流关系和另一个二端网络的端口电压、 电流关系相同, 这两个网络叫做等效网络。

3.等效电阻（输入电阻）：无源二端网络在关联参考方向下端口电压与端口电流的比值。



2.1.2 电阻的串联（一）

1. 定义

在电路中, 把几个电阻元件依次一个一个首尾连接起来, 中间没有分支, 在电源的作用下流过各电阻的是同一电流。 这种连接方式叫做电阻的串联。

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = (R_1 + R_2 + R_3)I$$

2.1.2 电阻的串联（二）

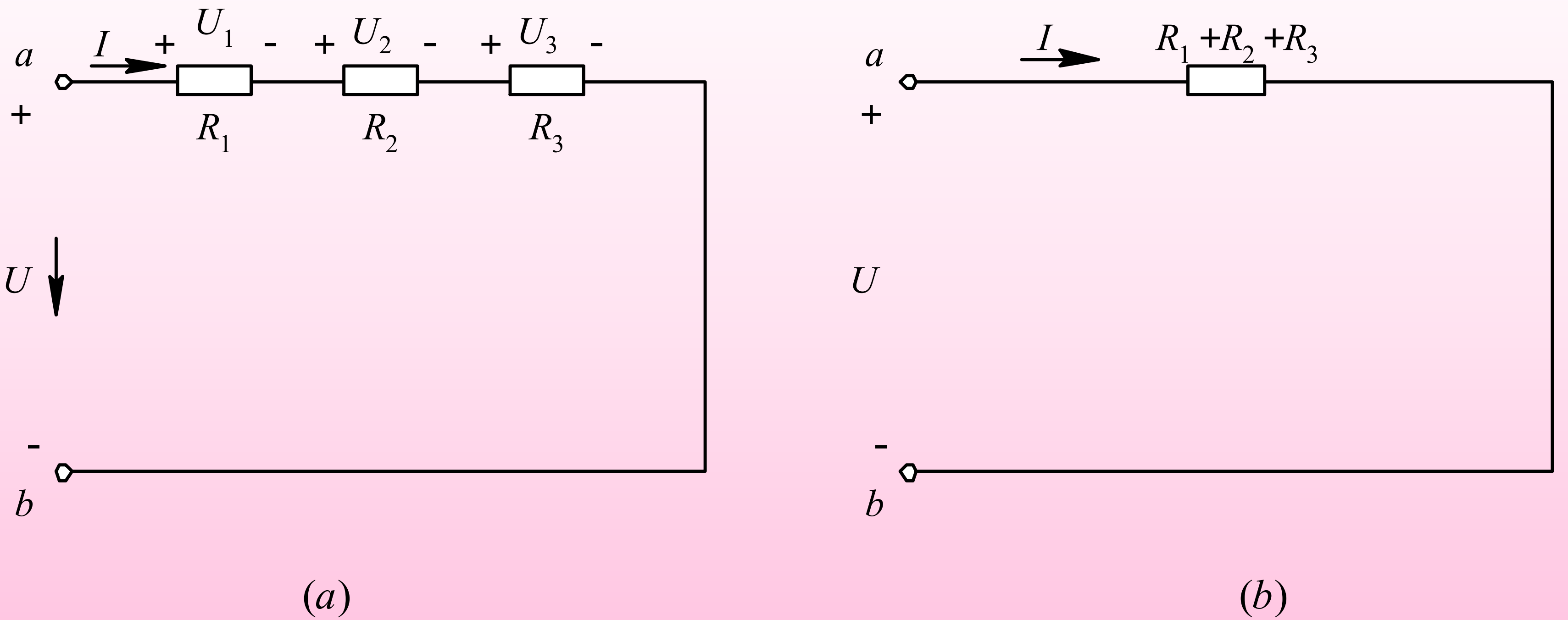


图 2.2 电阻的串联

2.1.2 电阻的串联（三）

2. 电阻串联时, 各电阻上的电压为

$$\left.\begin{aligned}
U_1 &= R_1 I = R_1 \frac{U}{R_i} = \frac{R_1}{R_1+R_2+R_3}\cdot U \\
U_2 &= R_2 I = R_2 \frac{U}{R_i} = \frac{R_2}{R_1+R_2+R_3}\cdot U \\
U_3 &= R_3 I = R_3 \frac{U}{R_i} = \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}\cdot U
\end{aligned}\right\} \qquad (2.2)$$

例2.1（一）

如图2.3所示, 用一个满刻度偏转电流为50μA, 电阻R_g为2kΩ的表头制成100V量程的直流电压表, 应串联多大的附加电阻R_f?

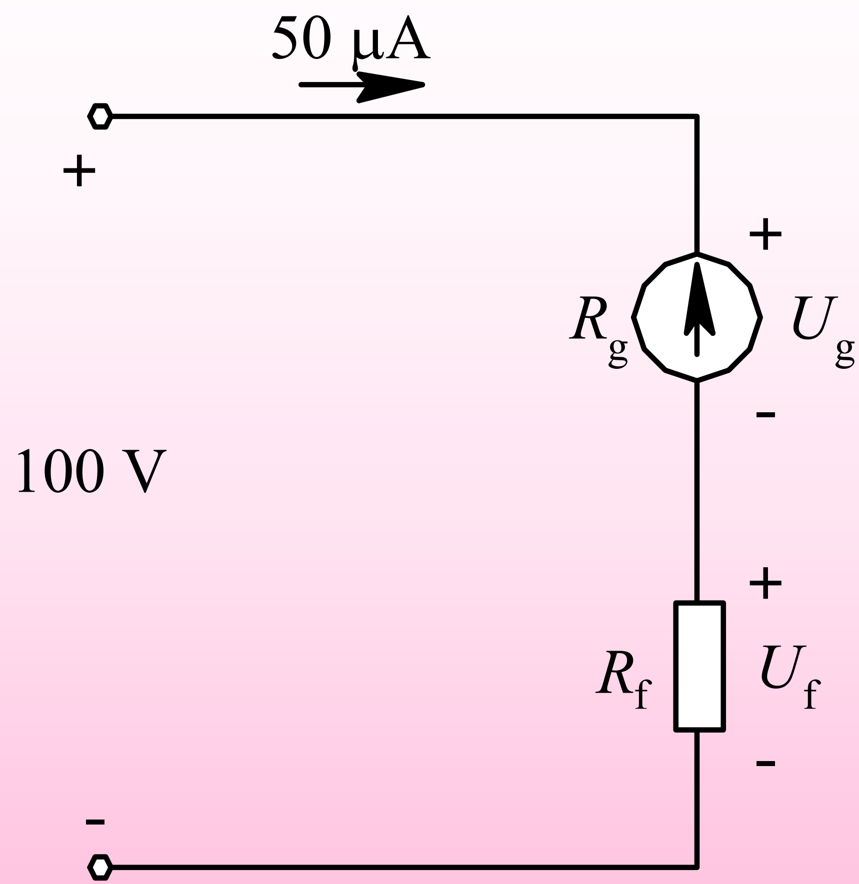


图2.3

例2.1（二）

解 满刻度时表头电压为

$$U_g = R_g I = 2 \times 50 = 0.1V$$

附加电阻电压为

$$U_f = 100 - 0.1 = 99.9V$$

代入式（2.2）, 得

$$99.9 = \frac{R_f}{2 + R_f} \cdot 100$$

解得

$$R_f = 1998k\Omega$$

2.1.3 电阻的并联（一）

并联电阻的等效电导等于各电导的和(如图2.4(*b*)所示), 即

$$G_i = G_1 + G_2 + G_3$$

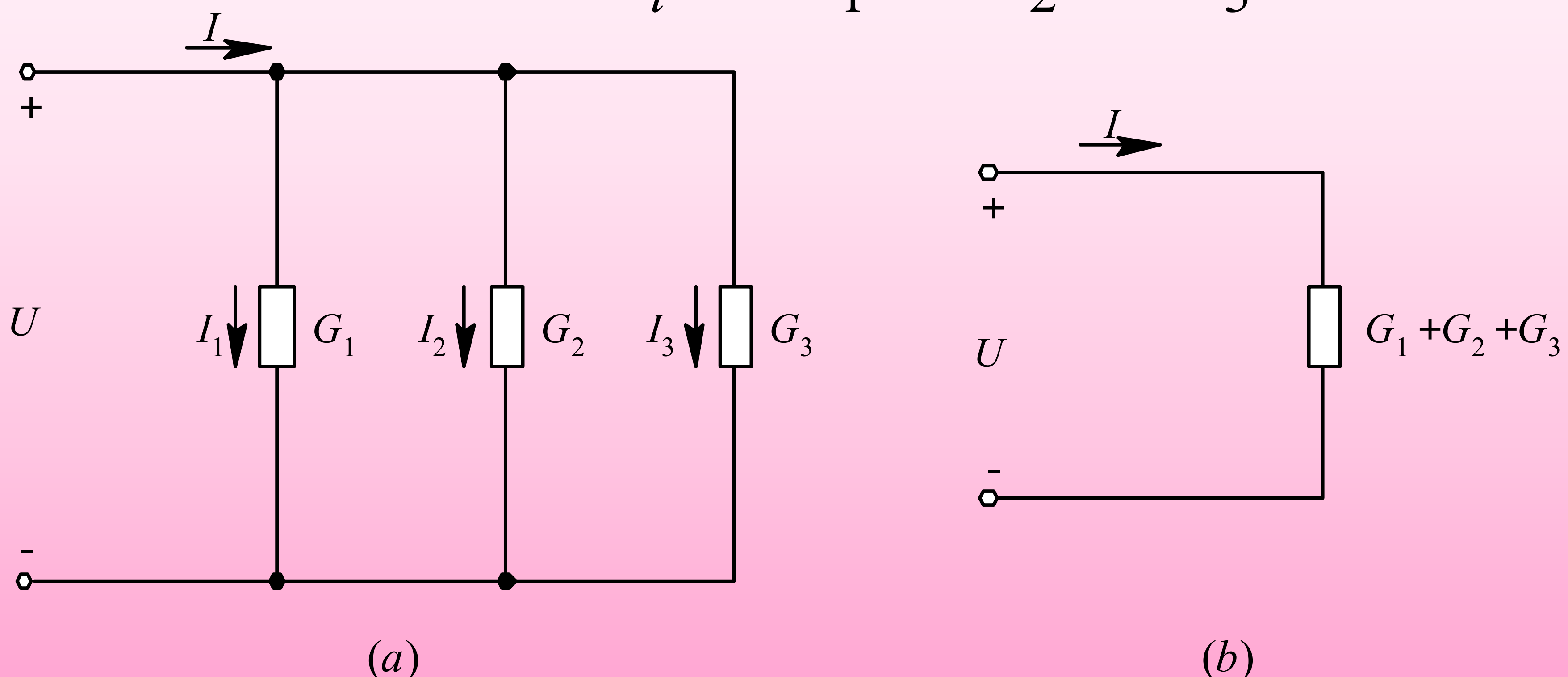


图2.4 电阻的并联

2.1.3 电阻的并联（二）

并联电阻的电压相等, 各电阻的电流与总电流的关系为

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= G_1 U = G_1 \frac{1}{G_i} = \frac{G_1}{G_1+G_2+G_3} I \\ I_2 &= \frac{G_2}{G_1+G_2+G_3} I \\ I_3 &= \frac{G_3}{G_1+G_2+G_3} I \end{aligned}\right\} \quad (2.4)$$

2.1.3 电阻的并联（三）

两个电阻R_1、R_2并联

$$R_i = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

例2.2（一）

如图2.5所示，用一个满刻度偏转电流为50μA，电阻R_g为2kΩ的表头制成量程为 50mA的直流电流表，应并联多大的分流电阻R_2?

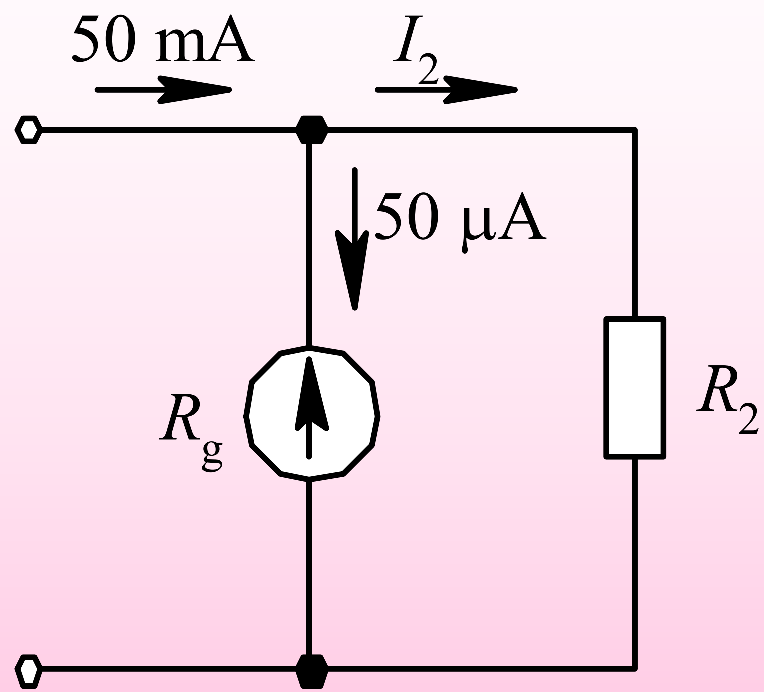


图2.5 例2.2图

例2.2（二）

解 由题意已知, I_1=50μA, R_1=R_g=2000Ω, I=50mA, 代入公式(2.5)得

$$50 = \frac{R_2}{2000 + R_2} \times 50 \times 10^3$$

解得 $$R_2 = 2.002\Omega$$

2.1.4 电阻的串、并联

定义：

电阻的串联和并联相结合的连接方式, 称为电阻的串、并联或混联。

例2.3（一）

进行电工实验时, 常用滑线变阻器接成分压器电路来调节负载电阻上电压的高低。图 2.6 中R_1和R_2是滑线变阻器, R_L是负载电阻。已知滑线变阻器额定值是100Ω、3A, 端钮a、 b上输入电压U_1=220V, R_L=50Ω。试问:

（1）当R_2=50Ω时, 输出电压U_2是多少？

（2）当R_2=75Ω时, 输出电压U_2是多少？滑线变阻器能否安全工作？

例2.3 （二）

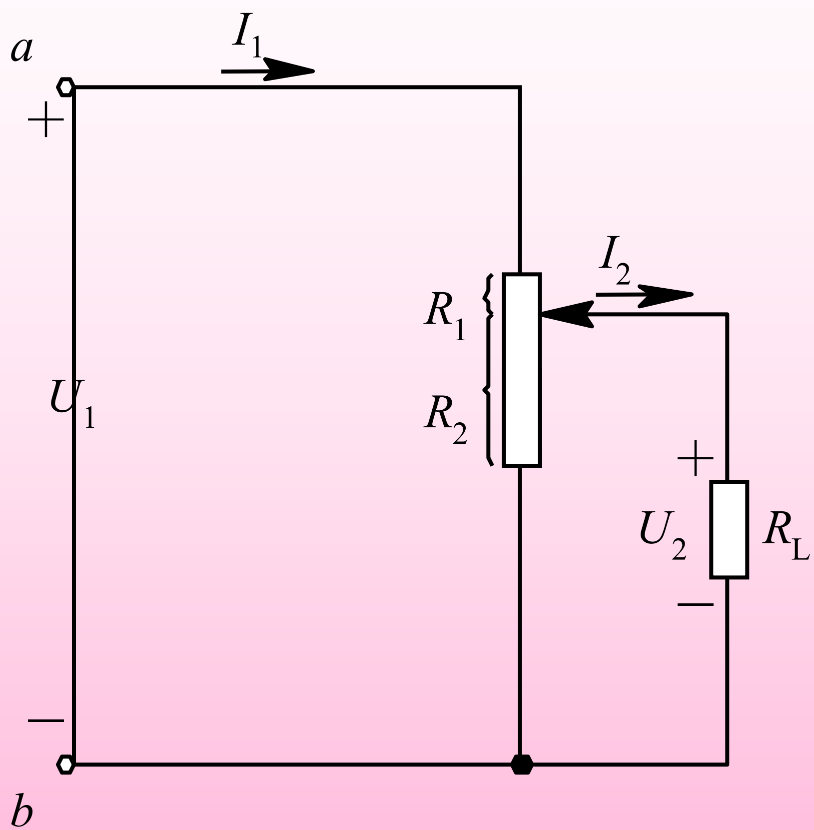


图2.6 例2.3图

例2.3 （三）

解 （1） 当R_2=50Ω时, R_{ab}为R_2和R_L并联后与R_1串联而成, 故端钮a、 b的等效电阻

$$R_{ab} = R_1 + \frac{R_2 R_L}{R_2 + R_L} = 50 + \frac{50 \times 50}{50 + 50} = 75\Omega$$

滑线变阻器R_1段流过的电流

$$I_1 = \frac{U_1}{R_{ab}} = \frac{220}{75} = 2.93A$$

例2.3 （四）

负载电阻流过的电流可由电流分配公式（2.5）求得， 即

$$I_2 = \frac{R_2}{R_2 + R_L} \times I_1 = \frac{50}{50+50} \times 2.93 = 1.47A$$

$$U_2 = R_L I_2 = 50 \times 1.47 = 73.5V$$

例2.3 （五）

(2) 当R_2=75Ω时，计算方法同上, 可得

$$R_{ab} = 25 + \frac{75 \times 50}{75 + 50} = 55\Omega$$

$$I_1 = \frac{220}{55} = 4A$$

$$I_2 = \frac{75}{75 + 50} \times 4 = 2.4A$$

$$U_2 = 50 \times 2.4 = 120V$$

因I_1=4A, 大于滑线变阻器额定电流3A, R_1段电阻有被烧坏的危险。

例2.4（一）

求图2.7(a)所示电路中a、b两点间的等效电阻R_{ab}。

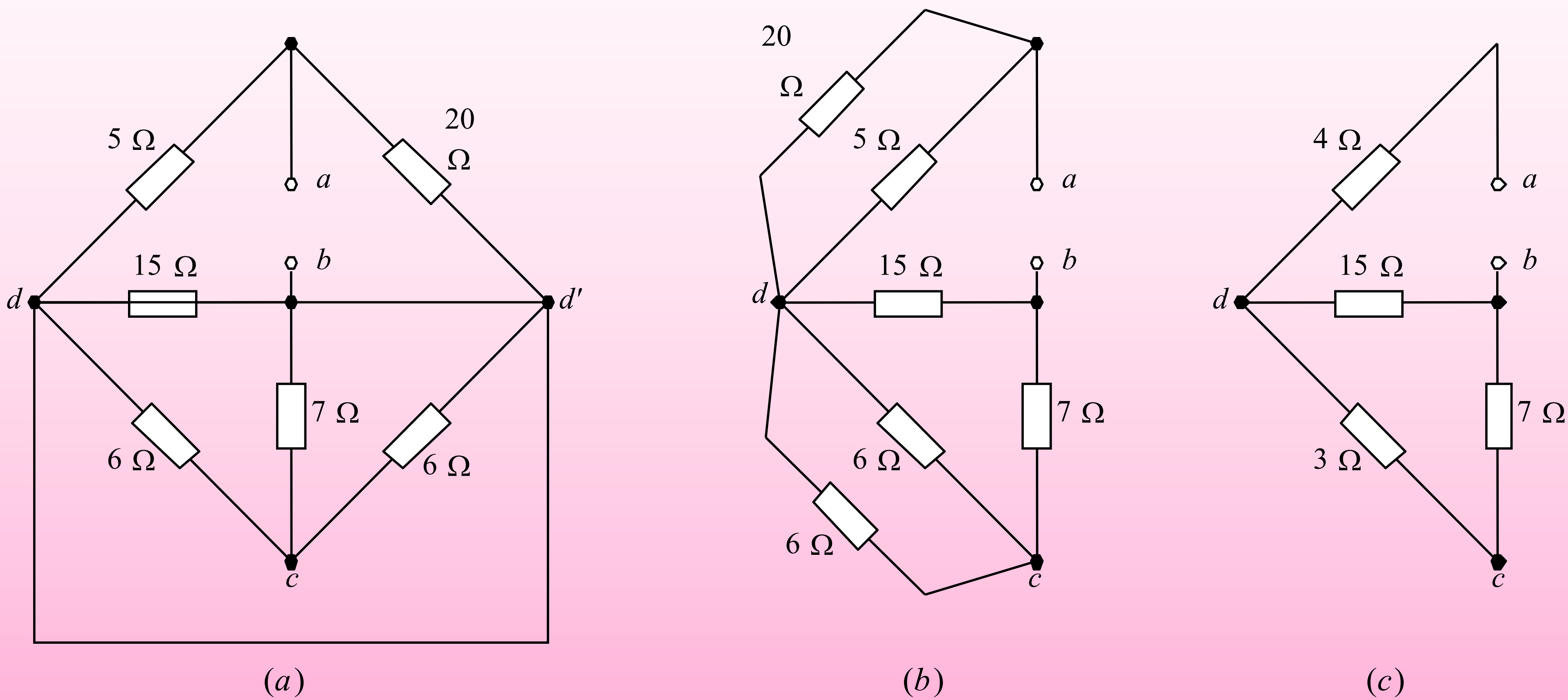


图2.7 例2.4图

例2.4（二）

解（1） 先将无电阻导线d、 d'缩成一点用d表示，则得图2.7（b）

(2) 并联化简, 将2.7（b）变为图2.7（c)。

(3) 由图2.7（c）, 求得a、 b两点间等效电阻为

$$R_{ab}=4+\frac{15\times(3+7)}{15+3+7}=4+6=10\Omega$$

简单电路计算步骤

简单电路：可用串、并联化简。
复杂电路：不可用串、并联化简。

简单电路计算步骤：

（1）计算总的电阻，算出总电压（或总电流）。

（2）用分压、分流法逐步计算出化简前原电路中各电阻 电流、电压。

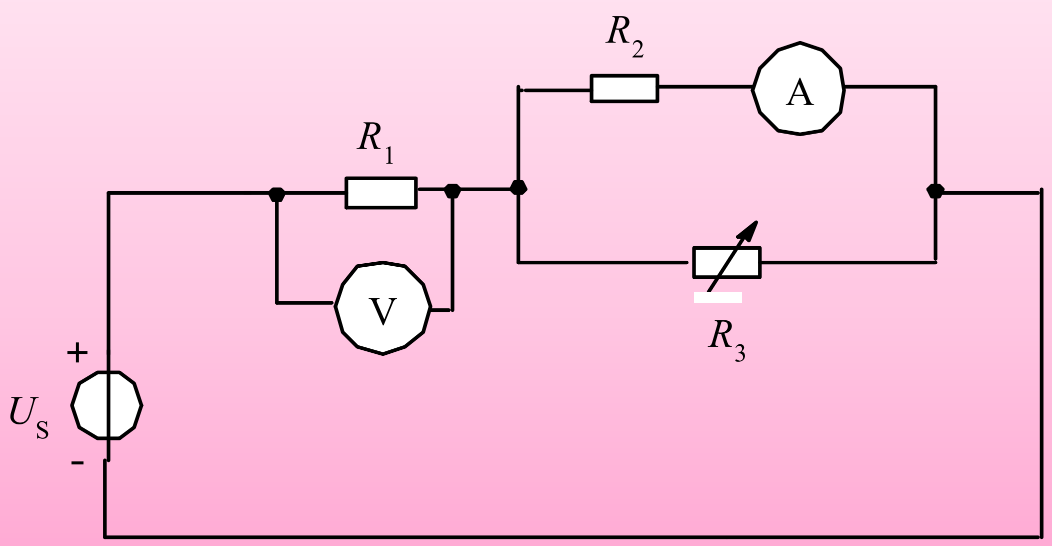
教学方法

电阻的串并联在物理中已接触过，可采用自学的形式，以设疑、析疑的方式讲授这次课。

思考题

1.什么叫二端网络的等效网络？试举例说明。

2.在图2.8所示电路中, U_S不变.当 R_3增大或减小时,电压表, 电流表的读数将如何变化?说明其原因.



2.2 电阻的星形连接与三角形连接的等效变换

目的与要求

会进行星形连接与三角形连接间的等效变换

重点与难点

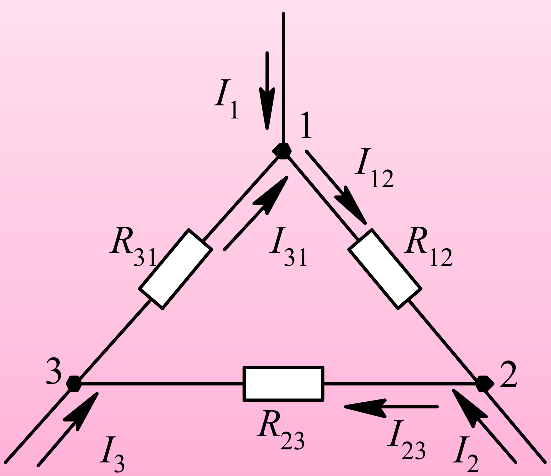
重点： 星形连接与三角形连接的等效变换

难点： 星形与三角形等效变换的公式

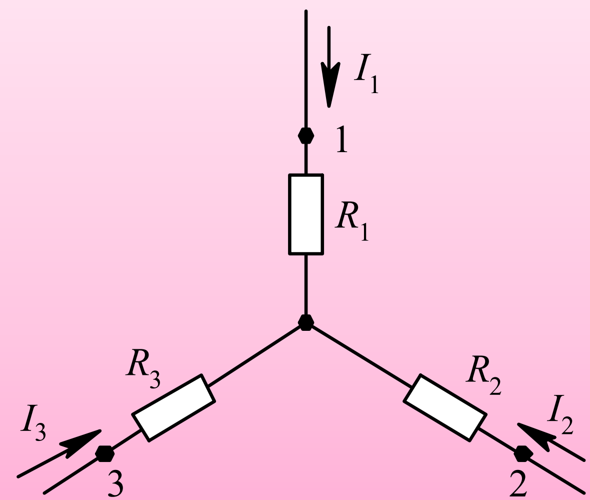
1.三角形连接和星形连接

三角形连接：三个电阻元件首尾相接构成一个三角形。如下图a所示。

星形连接：三个电阻元件的一端连接在一起，另一端分别连接到电路的三个节点。如上图b所示。



(a)



(b)

2. 三角形、星形等效的条件

端口电压U_{12}、U_{23}、U_{31}和电流I_1、I_2、I_3都分别相等，则三角形星形等效。

3.已知三角形连接电阻求星形连接电阻

$$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

4.已知星形连接电阻求三角形连接电阻

$$R_{12} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3} = R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1} = R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1}$$

$$R_{31} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2} = R_3 + R_1 + \frac{R_3R_1}{R_2}$$

5.特殊情况

设三角形电阻$R_{12}=R_{23}=R_{32}=R_{\Delta}$，则

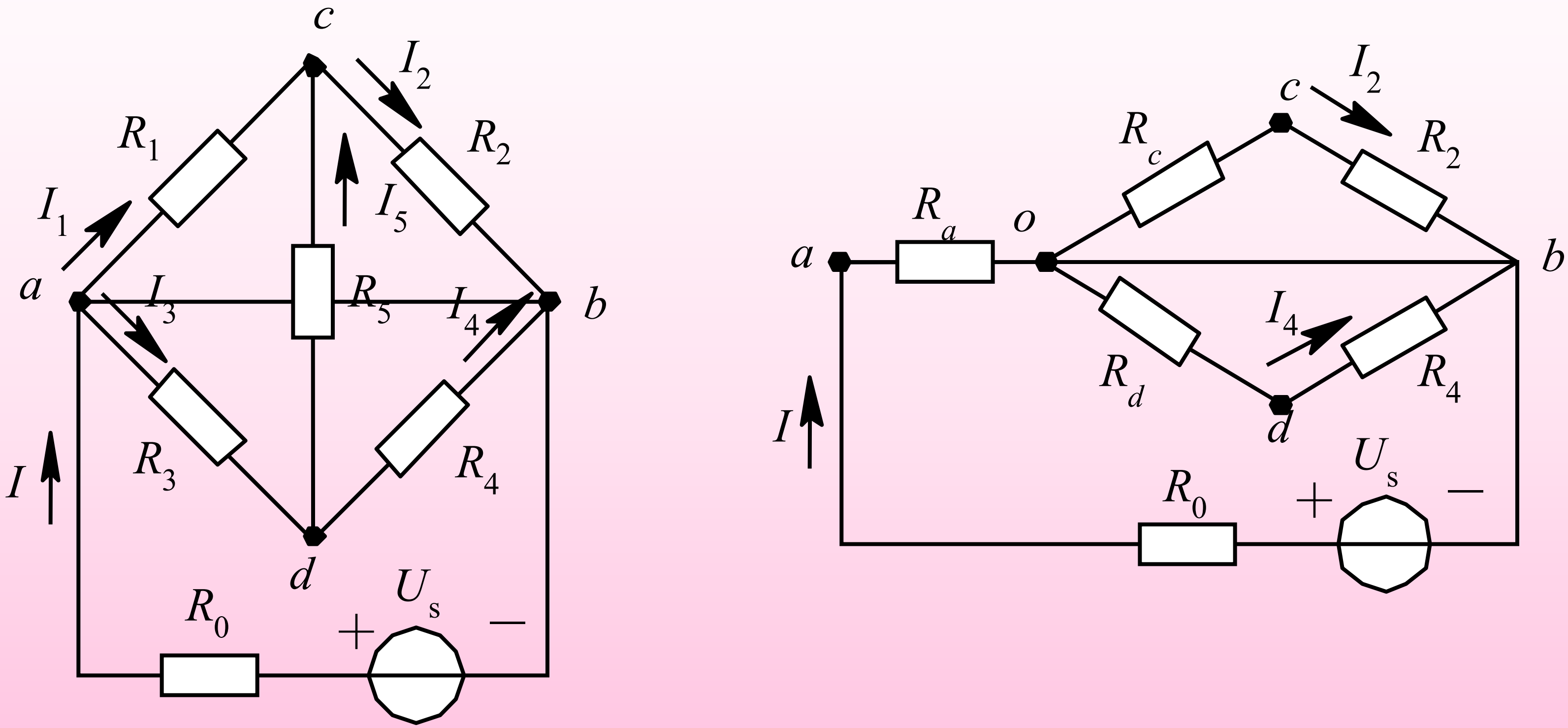
$$R_{Y}=R_{1}=R_{2}=R_{3}=\frac{R_{\Delta}}{3}$$

反之，$R_{\Delta}=R_{12}=R_{23}=R_{31}=3R_{Y}$

例 2.5（一）

图2.10(a)所示电路中, 已知U_s=225V, R_0=1Ω, R_1=40Ω, R_2=36Ω, R_3=50Ω, R_4=55Ω, R_5=10Ω, 试求各电阻的电流。

例 2.5（二）



(*a*) (*b*)

图2.10例2.5图

例 2.5（三）

解 将△形连接的R_1, R_3, R_5等效变换为Y形连接的R_a, R_c、R_d, 如图2.10(*b*)所示, 代入式(2.8)求得

$$R_a=\frac{R_3R_1}{R_5+R_3+R_1}=\frac{50\times 40}{10+50+40}=20\Omega$$

$$R_c=\frac{R_1R_5}{R_5+R_3+R_1}=\frac{40\times 10}{10+50+40}=4\Omega$$

$$R_d=\frac{R_5R_3}{R_5+R_3+R_1}=\frac{10\times 50}{10+50+40}=5\Omega$$

例 2.5（四）

图2.10(b)是电阻混联网络, 串联的R_c、R_2的等效电阻R_{c2}=40Ω, 串联的R_d、R_4的等效电阻R_{d4}=60Ω, 二者并联的等效电阻

$$R_{ab}=\frac{40\times 60}{40+60}=24\Omega$$

R_a与R_{ob}串联, a、b间桥式电阻的等效电阻

$$R_i=20+24=44\Omega$$

例 2.5（五）

桥式电阻的端口电流

$$I = \frac{U_s}{R_0 + R_i} = \frac{225}{1+44} = 5A$$

R_2、R_4的电流各为

$$I_2 = \frac{R_{d4}}{R_{c2} + R_{d4}} \cdot I = \frac{60}{40+60} \times 5 = 3A$$

$$I_4 = \frac{R_{c2}}{R_{c2} + R_{d4}} \cdot I = \frac{40}{40+60} \times 5 = 1A$$

例 2.5（六）

为了求得R_1、R_3、R_5的电流, 从图2.10(*b*)求得

$$U_{ac} = R_a I + R_c I_2 = 20 \times 5 + 4 \times 3 = 112V$$

回到图2.10(*a*)电路, 得

$$I_1 = \frac{U_{ac}}{R_1} = \frac{112}{40} = 2.8A$$

并由KCL得

$$I_3 = I - I_1 = 5 - 2.8 = 2.2A$$

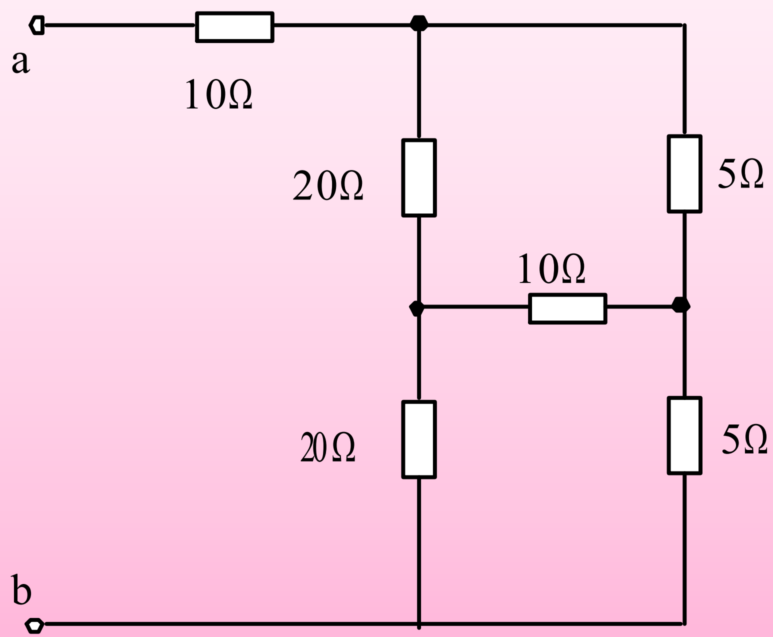
$$I_5 = I_3 - I_4 = 2.2 - 2 = 0.2A$$

教学方法

在得到星—三转换公式时，启发学生自己找到记忆公式的规律。

思考题

求下图所示网络的等效电阻R_{ab}



2.3 两种实际电源模型的等效变换

目的与要求

1.理解实际电压源、实际电流源的模型

2.会对两种电源模型进行等效变换

重点与难点

重点 两种电源模型等效变换的条件

难点 用电源模型等效变换法分析电路

1.实际电压源模型（一）

电压源 U_S 和电阻R的串联组合

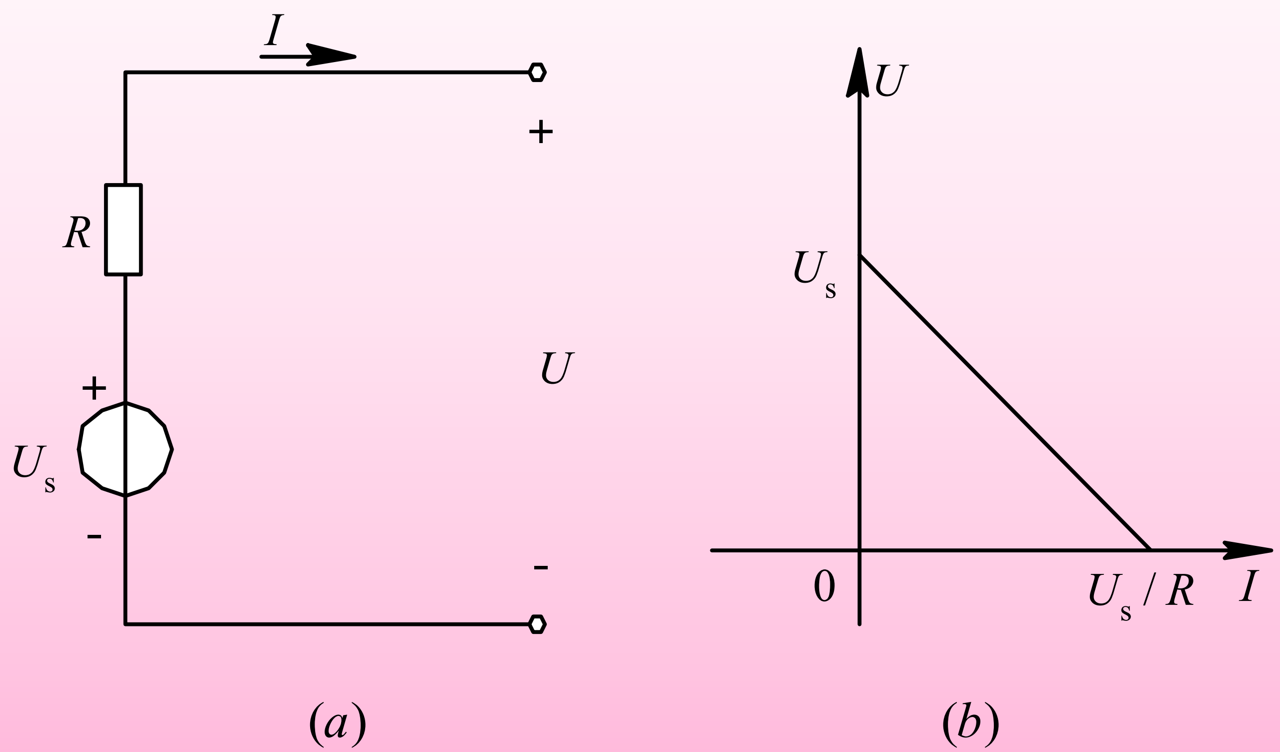


图2.12 电压源和电阻串联组合

1 .实际电压源模型（二）

其外特性方程为

$$U = U_s - RI \qquad (2.12)$$

2.实际电流源的模型（一）

电流源 I_S 和电导G的并联。

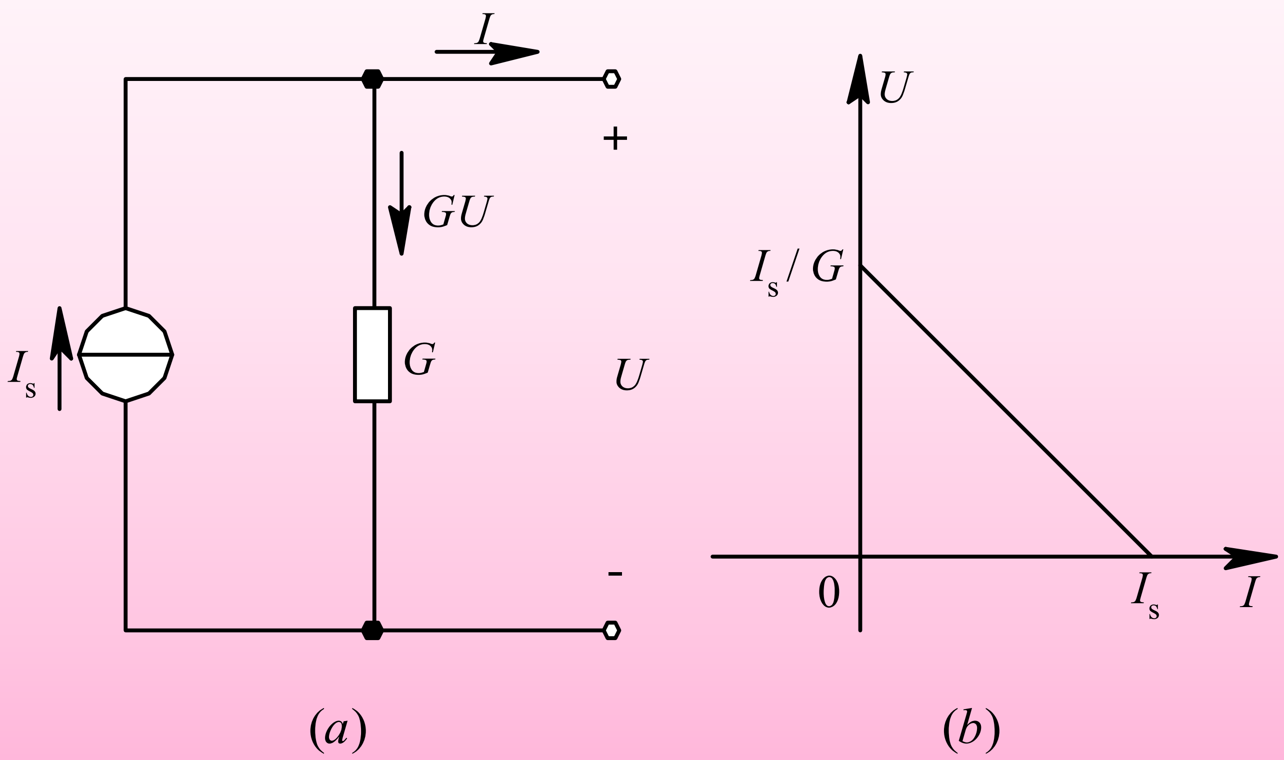


图2.13 电流源和电导并联组合

2.实际电流源的模型（二）

其外特性为

$$I = I_s - GU \qquad (2.13)$$

3.两种实际电源模型的等效变换

比较式（2.12）和式(2.13), 只要满足

$$G=\frac{1}{R},I_s=GU_s$$

实际电压源和实际电流源间就可以等效变换。

注意：I_s的参考方向是由U_s的负极指向其正极。

例 2.6（一）

求图2.14（a）所示的电路中R支路的电流。已知U_{s1}=10V, U_{s2}=6V, R_1=1Ω, R_2=3Ω, R=6Ω。

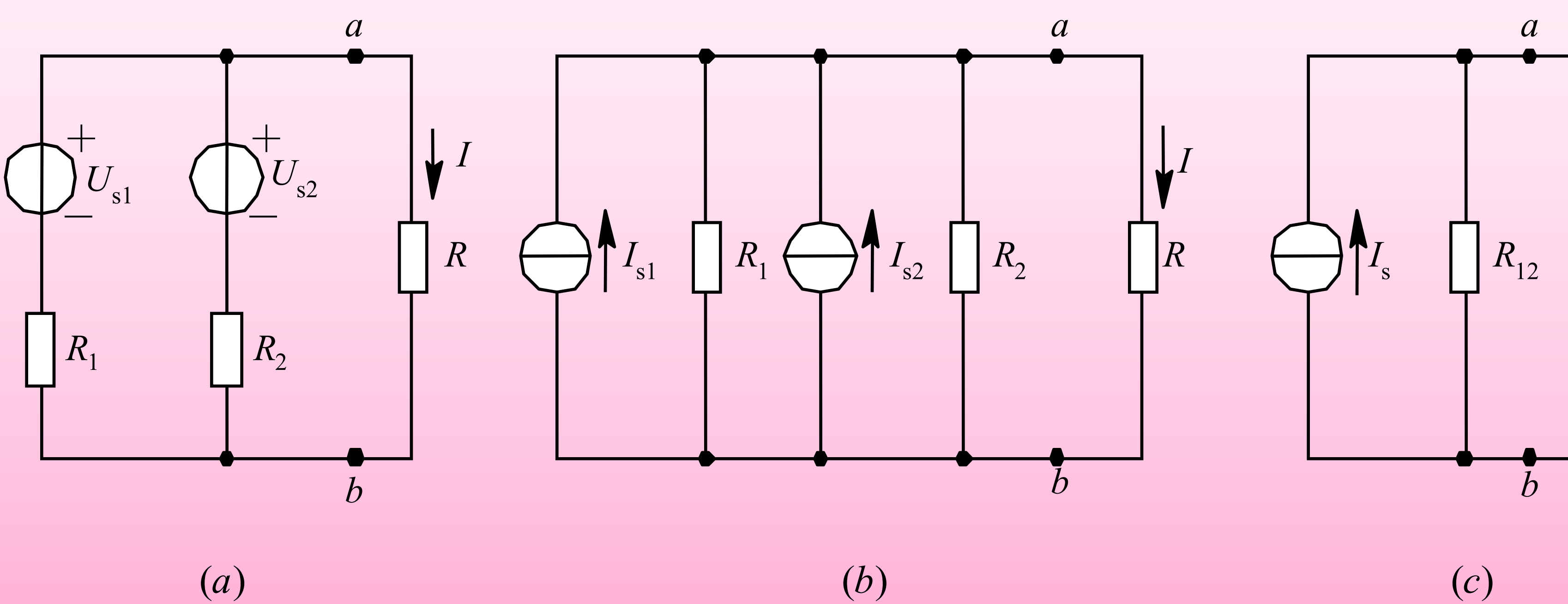


图2. 14例2. 6图

例 2.6（二）

解 先把每个电压源电阻串联支路变换为电流源电阻并联支路。 网络变换如图2.14(*b*)所示, 其中

$$I_{s1}=\frac{U_{s1}}{R_1}=\frac{10}{1}=10A$$

$$I_{s2}=\frac{U_{s2}}{R_2}=\frac{6}{3}=2A$$

例 2.6（三）

图2.14(b)中两个并联电流源可以用一个电流源代替, 其

$$I_s = I_{s1} + I_{s2} = 10 + 2 = 12A$$

并联R_1、R_2的等效电阻

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1 \times 3}{1 + 3} = \frac{3}{4}\Omega$$

例 2.6（四）

网络简化如图2.14(c)所示。

对图2.14(c)电路, 可按分流关系求得R的电流I为

$$I=\frac{R_{12}}{R_{12}+R}\times I_s=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}+6}\times 12=\frac{4}{3}=1.333A$$

注意：用电源变换法分析电路时，待求支路保持不变。

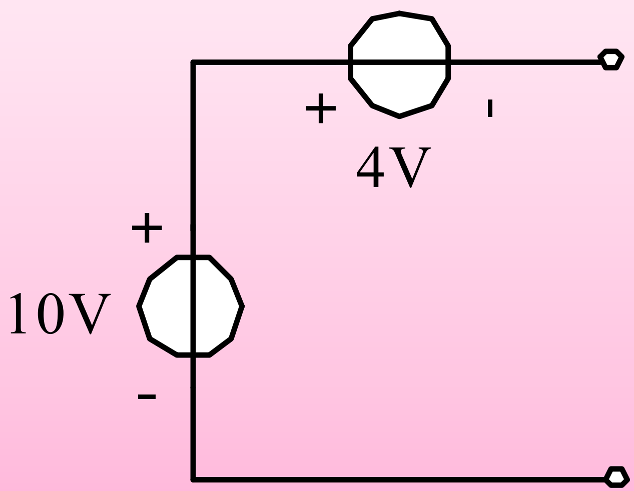
教学方法

讲授法。

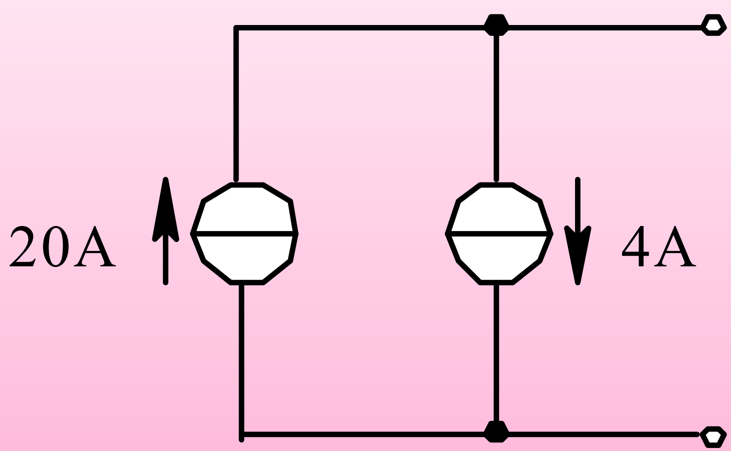
通过复习电压源、电流源的特点而引入新课题。

思考题

用一个等效电源替代下列各有源二端网络。



(a)



(b)

2.4 支路电流法

目的与要求

使学生学会用支路电流法求解复杂电路

重点与难点

重点 用支路电流法求解复杂电路的步骤

难点 列回路电压方程

1.支路电流法定义

支路电流法以每个支路的电流为求解的未知量。

2.KCL方程的列写（一）

以图2.16所示的电路为例来说明支路电流法的应用。

对节点a列写KCL方程 $-I_1-I_2+I_3$

对节点b列写KCL方程 $I_1+I_2-I_3=0$

节点数为n的电路中, 按KCL列出的节点电流方程只有$(n\text{-}1)$ 个是独立的。

2.KCL方程的列写（二）

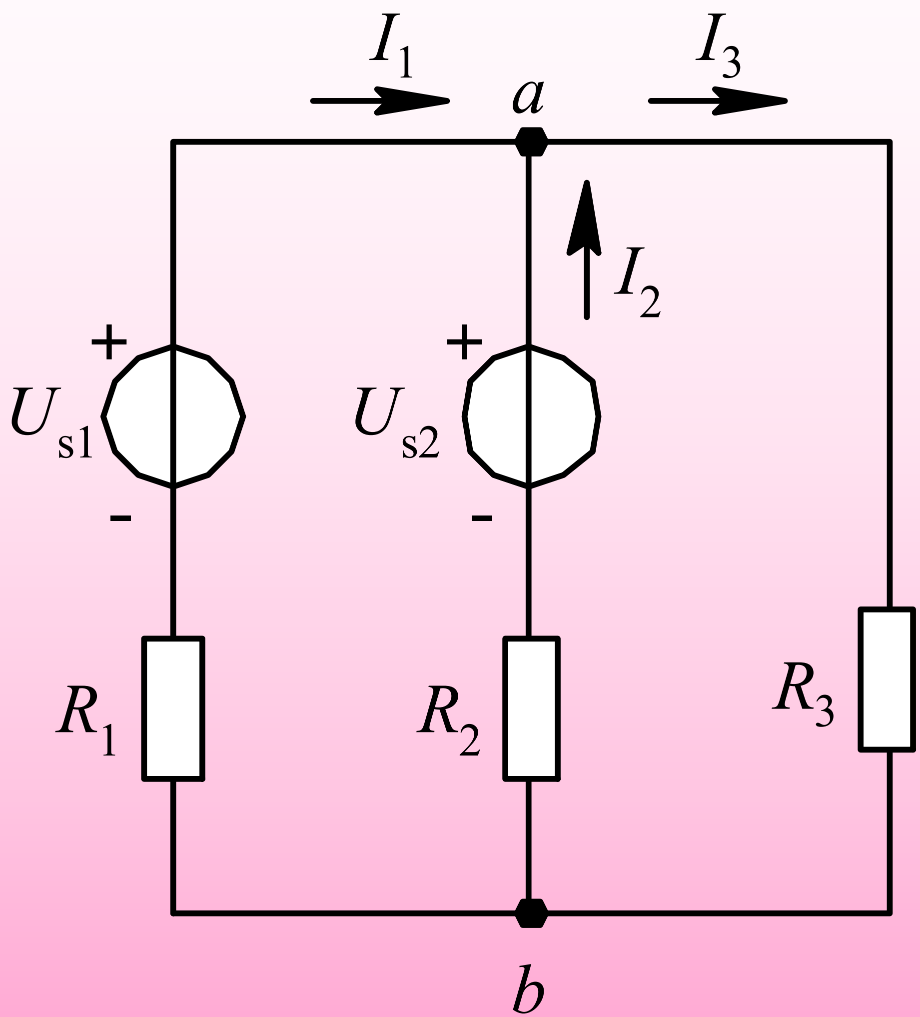


图2.16 支路电流法举例

2.KCL方程的列写（三）

按顺时针方向绕行, 对左面的网孔列写KVL方程:

$$R_1I_1 - R_2I_2 = U_{s1} - U_{s2}$$

按顺时针方向绕行对右面的网孔列写KVL方程:

$$R_2I_2 + R_3I_3 = U_{s2}$$

支路电流法分析计算电路的一般步骤

（1） 在电路图中选定各支路（b个）电流的参考方向, 设出各支路电流。

（2） 对独立节点列出$(n-1)$个KCL方程。

（3） 通常取网孔列写KVL方程, 设定各网孔绕行方向, 列出$b-(n-1)$个KVL方程。

（4） 联立求解上述b个独立方程, 便得出待求的各支路电流。

例 2.7（一）

图2.16所示电路中, U_{s1}=130V、R_1=1Ω为直流发电机的模型, 电阻负载R_3=24Ω, U_{s2}=117V、R_2=0.6Ω为蓄电池组的模型。 试求各支路电流和各元件的功率。

例 2.7（二）

以支路电流为变量, 应用KCL、KVL列出式（2.15）、(2.17)和式(2.18), 并将已知数据代入, 即得

$$\left.\begin{aligned} -I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \\ I_1 - 0.6I_2 &= 130 - 117 \\ 0.6I_2 + 24I_3 &= 117 \end{aligned}\right\}$$

解得I_1=10A, I_2=-5A, I_3=5A。

例 2.7（三）

I_2为负值, 表明它的实际方向与所选参考方向相反, 这个电池组在充电时是负载。

U_{s1}发出的功率为

$U_{s1}I_1$=130×10=1300W

U_{s2}发出的功率为

$U_{s2}I_2$=117×（-5）=-585W

即U_{s2}接受功率585W。

例 2.7（四）

各电阻接受的功率为

$$I_1^2R_1 = 10^2 \times 1 = 100W$$

$$I_2^2R_3 = (-5)^2 \times 0.6 = 15W$$

$$I_3^2R_3 = 5^2 \times 24 = 600W$$

$$1300 = 585 + 100 + 15 + 600$$

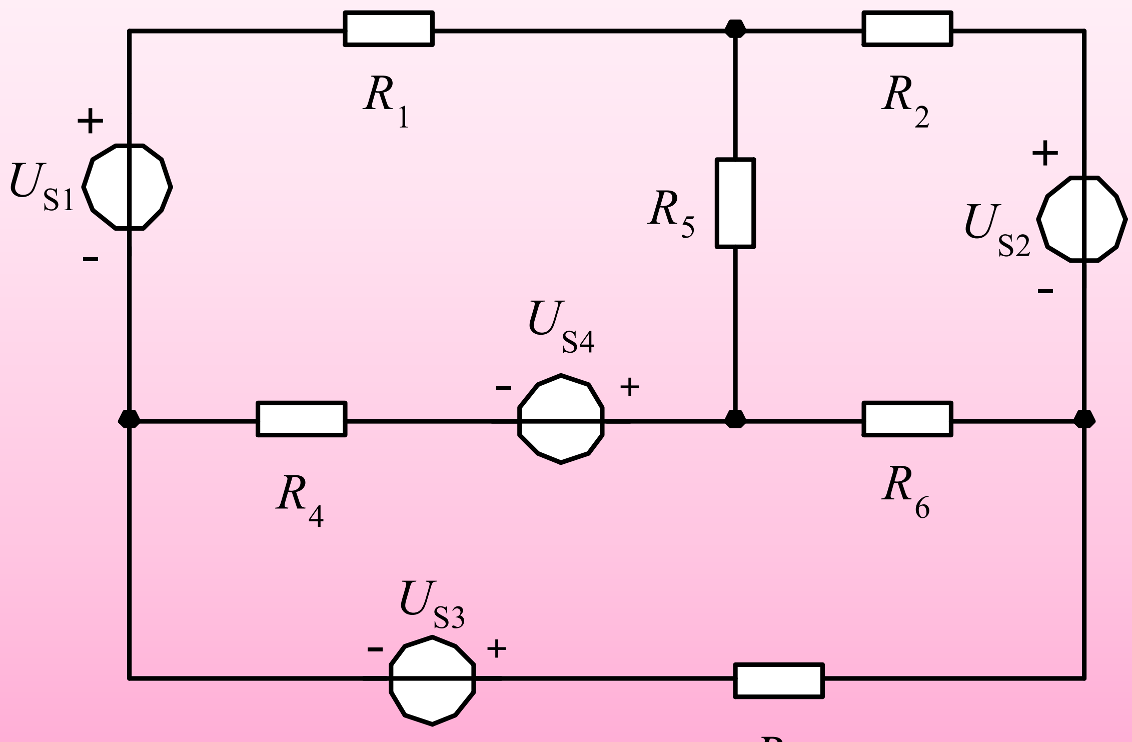
功率平衡, 表明计算正确。

教学方法

通过复习基尔霍夫定律引入本次课。

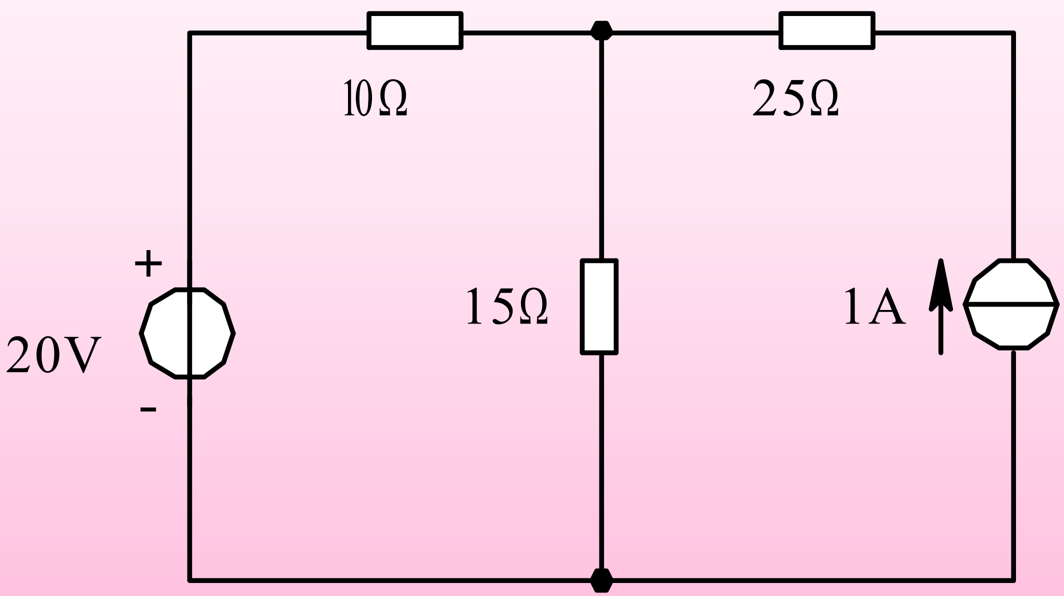
思考题（一）

试列出用支路电流法求下图（a)、(b)所示电路支路电流的方程组.



(a)

思考题（二）



(b)

2.5 网 孔 法

目的与要求

会对两网孔电路列写网孔方程

重点与难点

重点： 用网孔电流法列方程

难点：（1）网孔电流 自阻 互阻

（2）电路中含有电流源时的处理方法

1.网孔法和网孔电流的定义

网孔法： 以网孔电流为电路的变量来列写方程的方法

网孔电流： 设想在每个网孔中，都有一个电流沿网孔边界环流，这样一个在网孔内环行的假想电流叫**网孔电流**。

$$I_1 = I_{m1}$$

$$I_2 = -I_{m1} + I_{m2}$$

$$I_3 = -I_{m2}$$

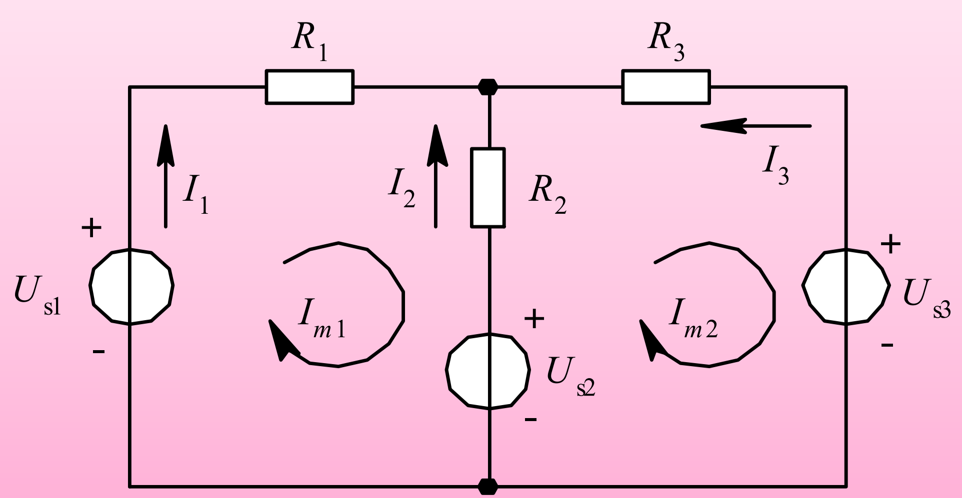


图2. 18

2.网孔方程的一般形式（一）

通常，选取网孔的绕行方向与网孔电流的参考方向一致

$$\left.\begin{aligned} R_1 I_{m1} + R_2 I_{m1} - R_2 I_{m2} &= U_{s1} - U_{s2} \\ R_2 I_{m2} - R_2 I_{m1} + R_3 I_{m2} &= U_{s2} - U_{s3} \end{aligned}\right\}$$

2.网孔方程的一般形式（二）

经整理后，得

$$\left.\begin{aligned} (R_1+R_2)I_{m1}-R_2I_{m2}&=U_{s1}-U_{s2} \\ -R_2I_{m1}+(R_2+R_3)I_{m2}&=U_{s2}-U_{s3} \end{aligned}\right\}$$

可以进一步写成

$$\left.\begin{aligned} R_{11}I_{m1}+R_{12}I_{m2}&=U_{s11} \\ R_{21}I_{m1}+R_{22}I_{m2}&=U_{s22} \end{aligned}\right\}$$

上式就是当电路具有两个网孔时网孔方程的一般形式。

2.网孔方程的一般形式（三）

其中:

（1） $R_{11}=R_1+R_2$、$R_{22}=R_2+R_3$分别是网孔 1 与网孔 2 的电阻之和, 称为各网孔的自电阻。因为选取自电阻的电压与电流为关联参考方向, 所以自电阻都取正号。

2.网孔方程的一般形式（四）

（2） $R_{12}=R_{21}=-R_2$是网孔 1 与网孔 2 公共支路的电阻, 称为相邻网孔的互电阻。互电阻可以是正号, 也可以是负号。当流过互电阻的两个相邻网孔电流的参考方向一致时, 互电阻取正号, 反之取负号

2.网孔方程的一般形式（五）

（3） $U_{s11}=U_{s1}-U_{s2}$、$U_{s2}=U_{s2}-U_{s3}$分别是各网孔中电压源电压的代数和, 称为网孔电源电压。凡参考方向与网孔绕行方向一致的电源电压取负号, 反之取正号。

2.网孔方程的一般形式（六）

推广到具有m个网孔的平面电路, 其网孔方程的规范形式为

$$\left.\begin{aligned} R_{11}I_{m1}+R_{12}I_{m2}+\cdots+R_{1m}I_{mm} &= U_{s11} \\ R_{21}I_{m1}+R_{22}I_{m2}+\cdots+R_{2m}I_{mm} &= U_{s22} \\ \\ R_{m1}I_{m1}+R_{m2}I_{m2}+\cdots+R_{mm}I_{mm} &= U_{smm} \end{aligned}\right\} \quad (2.21)$$

例 2.8（一）

用网孔法求图2.19所示电路的各支路电流。

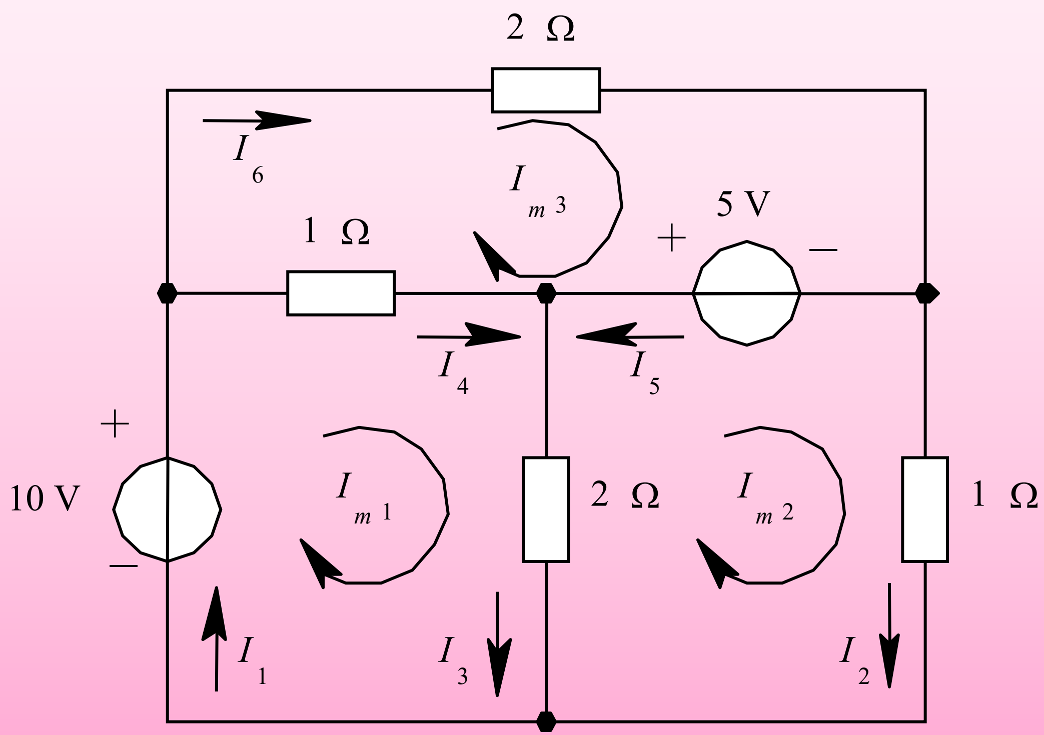


图2.19例2.8图

例 2.8（二）

解 （1） 选择各网孔电流的参考方向, 如图2.19所示。 计算各网孔的自电阻和相关网孔的互电阻及每一网孔的电源电压

$$R_{11}=1+2=3\Omega, R_{12}=R_{21}=-2\Omega$$

$$R_{22}=1+2=3\Omega, R_{23}=R_{32}=0$$

$$R_{33}=1+2=3\Omega, R_{13}=R_{31}=-1\Omega$$

$$U_{s11}=10V, U_{s22}=-5V, U_{s33}=5V$$

例 2.8（三）

（2） 按式(2.21)列网孔方程组

$$
\begin{aligned}
3I_{m1} - 2I_{m2} - I_{m3} &= 10 \\
-2I_{m1} + 3I_{m2} &= -5 \\
-I_{m1} + 3I_{m3} &= 5
\end{aligned}
$$

(3) 求解网孔方程组

解之可得

$$I_{m1} = 6.25A, I_{m2} = 2.5A, I_{m3} = 3.75A$$

例 2.8（四）

(4) 任选各支路电流的参考方向, 如图所示。由网孔电流求出各支路电流:

$$I_1 = I_{m1} = 6.25A,\ \ I_2 = I_{m2} = 2.5A$$

$$I_3 = I_{m1} - I_{m2} = 3.75A,\ \ I_4 = I_{m1} - I_{m2} = 2.5A$$

$$I_5 = I_{m3} - I_{m2} = 1.25A,\ I_6 = I_{m3} = 3.75A$$

例2.9（一）

用网孔法求图2.20所示电路各支路电流及电流源的电压。

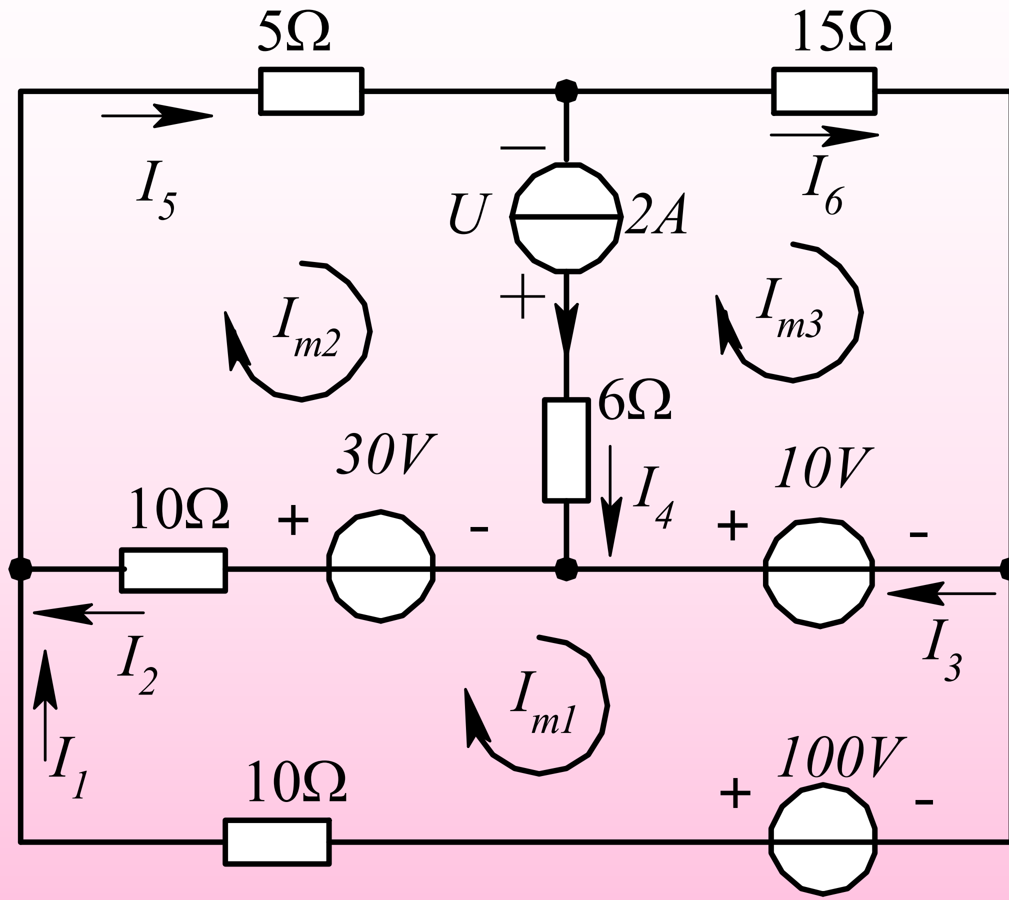


图2.20 例2.9图

例2.9（二）

解（1） 选取各网孔电流的参考方向及电流源电压的参考方向, 如图2.20所示。

（2） 列网孔方程:

$$(10+10)I_{m1}-10I_{m2}=100-30-10$$

$$-10I_{m1}+(10+5+6)I_{m2}-6I_{m3}=30+U$$

$$-6I_{m2}+(6+15)I_{m3}=10-U$$

补充方程 $$I_{m2}-I_{m3}=2$$

例2.9（三）

（3） 解方程组, 得

$$I_{m1}=5A, I_{m2}=4A$$

$$I_{m3}=2A, U=-8V$$

（4） 选取各支路电流的参考方向如图所示, 各支路电流

$$I_1=I_{m1}=5A, I_2=I_{m2}-I_{m1}=-1A$$

$$I_3=I_{m3}-I_{m1}=-3A, I_4=2A$$

$$I_5=I_{m2}=4A, I_6=I_{m3}=2A$$

教学方法

以水流来比喻电流，加深对网孔电流的形象理解。

思考题

怎样用网孔法求解含有电流源的电路？

2.6 节点电压法

目的与要求

1.会对三节点电路用节点电压法分析

2.掌握弥尔曼定理

重点与难点

重点： （1）用节点电压法列方程

（2）弥尔曼定理

难点 （1）自导、互导、节点处电流源I_{S11}、I_{S22}

(2) 某支路仅含电压源U_S的处理方法。

1.节点电压法和节点电压的定义

节点电压法：以电路的节点电压为未知量来分析电路的一种方法。

节点电压：在电路的n个节点中, 任选一个为参考点, 把其余(n-1)个各节点对参考点的电压叫做该节点的节点电压。 电路中所有支路电压都可以用节点电压来表示。

2.节点方程的一般形式（一）

对节点1、2分别由 KCL 列出节点电流方程:

$$\left.\begin{aligned} I_1 + I_3 + I_4 - I_{s1} - I_{s3} = 0 \\ I_2 - I_3 - I_4 - I_{s2} + I_{s3} = 0 \end{aligned}\right\}$$

2.节点方程的一般形式（二）

设以节点3为参考点, 则节点1、 2的节点电压分别为U_1、 U_2。

将支路电流用节点电压表示为

$$I_1 = G_1 U_1$$

$$I_2 = G_2 U_2$$

$$I_3 = G_3 U_{12} = G_3 (U_1 - U_2) = G_3 U_1 - G_3 U_2$$

$$I_4 = G_4 U_{15} = G_4 (U_1 - U_2) = G_4 U_1 - G_4 U_2$$

2.节点方程的一般形式（三）

代入两个节点电流方程中, 经移项整理后得

$$\left.\begin{aligned}(G_1+G_3+G_4)U_1-(G_3+U_4)U_2&=I_{s1}+I_{s3}\\-(G_3+G_4)U_1+(G_2+G_3+G_4)U_2&=I_{s2}-I_{s3}\end{aligned}\right\}\text{（2 .22）}$$

2.节点方程的一般形式（四）

将式（2.22）写成

$$\left.\begin{aligned} G_{11}U_1 + G_{12}U_2 &= I_{s11} \\ G_{21}U_1 + G_{22}U_2 & \end{aligned}\right\} \qquad (2.23)$$

这就是当电路具有三个节点时电路的节点方程的一般形式。

2.节点方程的一般形式（五）

式（2.23）中的左边$G_{11}=(G_1+G_2+G_3)$、$G_{22}=(G_2+G_3+G_4)$ 分别是节点 1、节点 2 相连接的各支路电导之和, 称为各节点的自电导, 自电导总是正的。$G_{12}=G_{21}=-(G_3+G_4)$是连接在节点1与节点2之间的各公共支路的电导之和的负值, 称为两相邻节点的互电导, 互电导总是负的。

式（2.23）右边$I_{s11}=(I_{s1}+I_{s3})$、$I_{s22}=(I_{s2}-I_{s3})$分别是流入节点1和节点2的各电流源电流的代数和, 称为节点电源电流, 流入节点的取正号, 流出的取负号。

3.节点方程的规范形式

对具有 n个节点的电路, 其节点方程的规范形式为:

$$G_{11}U_1+G_{12}U_2+\cdots+G_{1(n-1)}U_{n-1}=I_{s11}$$

$$G_{21}U_1+G_{22}U_2+\cdots+G_{2(n-1)}U_{n-1}=I_{s22}$$

$$G_{(n-1)1}U_1+G_{(n-1)2}U_2+\cdots+{}_{(n-1)(n-1)}U_{n-1}=I_{s(n-1)(n-1)}$$

4.电路中含有电压源支路

当电路中含有电压源支路时, 这时可以采用以下措施:

（1） 尽可能取电压源支路的负极性端作为参考点。

（2） 把电压源中的电流作为变量列入节点方程, 并将其电压与两端节点电压的关系作为补充方程一并求解。

5.弥尔曼定理（一）

对于只有一个独立节点的电路

$$U_{10}=\frac{\dfrac{U_{s1}}{R_1}-\dfrac{U_{s2}}{R_2}+\dfrac{U_{s3}}{R_3}}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}}=\frac{G_1U_{s1}-G_2U_{s2}+G_3U_{s3}}{G_1+G_2+G_3+G_4}$$

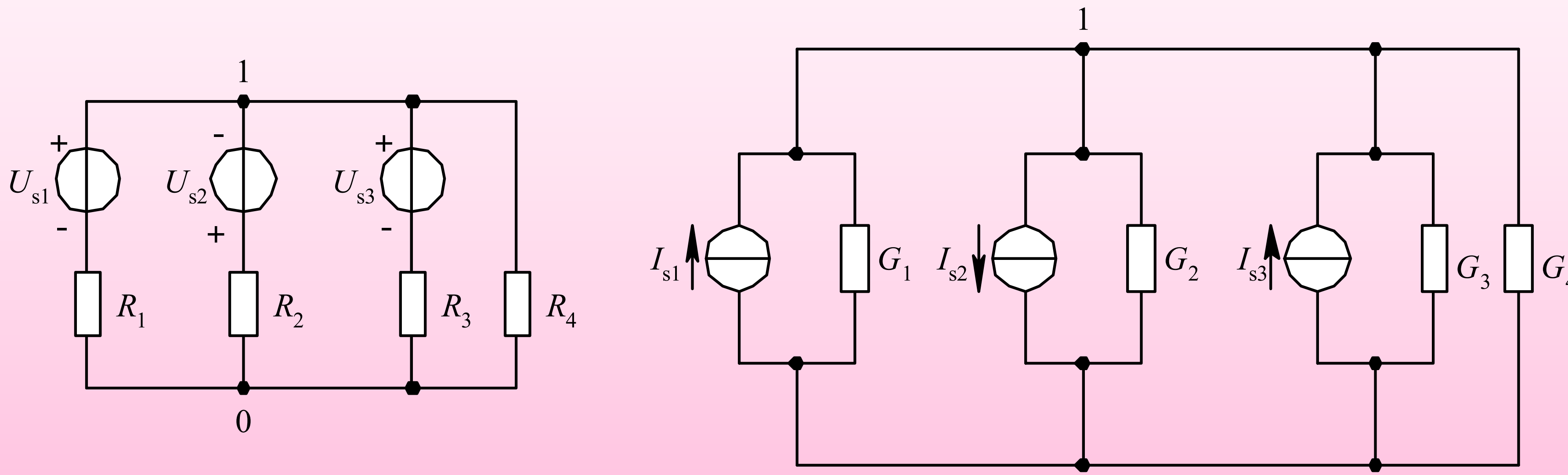
5.弥尔曼定理（二）

写成一般形式

$$U_{10}=\frac{\sum(G_k U_{sk})}{\sum G_k} \qquad (2.25)$$

式(2.25)称为弥尔曼定理。

5.弥尔曼定理（三）



(*a*)　　(*b*)

图 2.22　弥尔曼定理举例

例 2.10（一）

试用节点电压法求图2.23所示电路中的各支路电流。

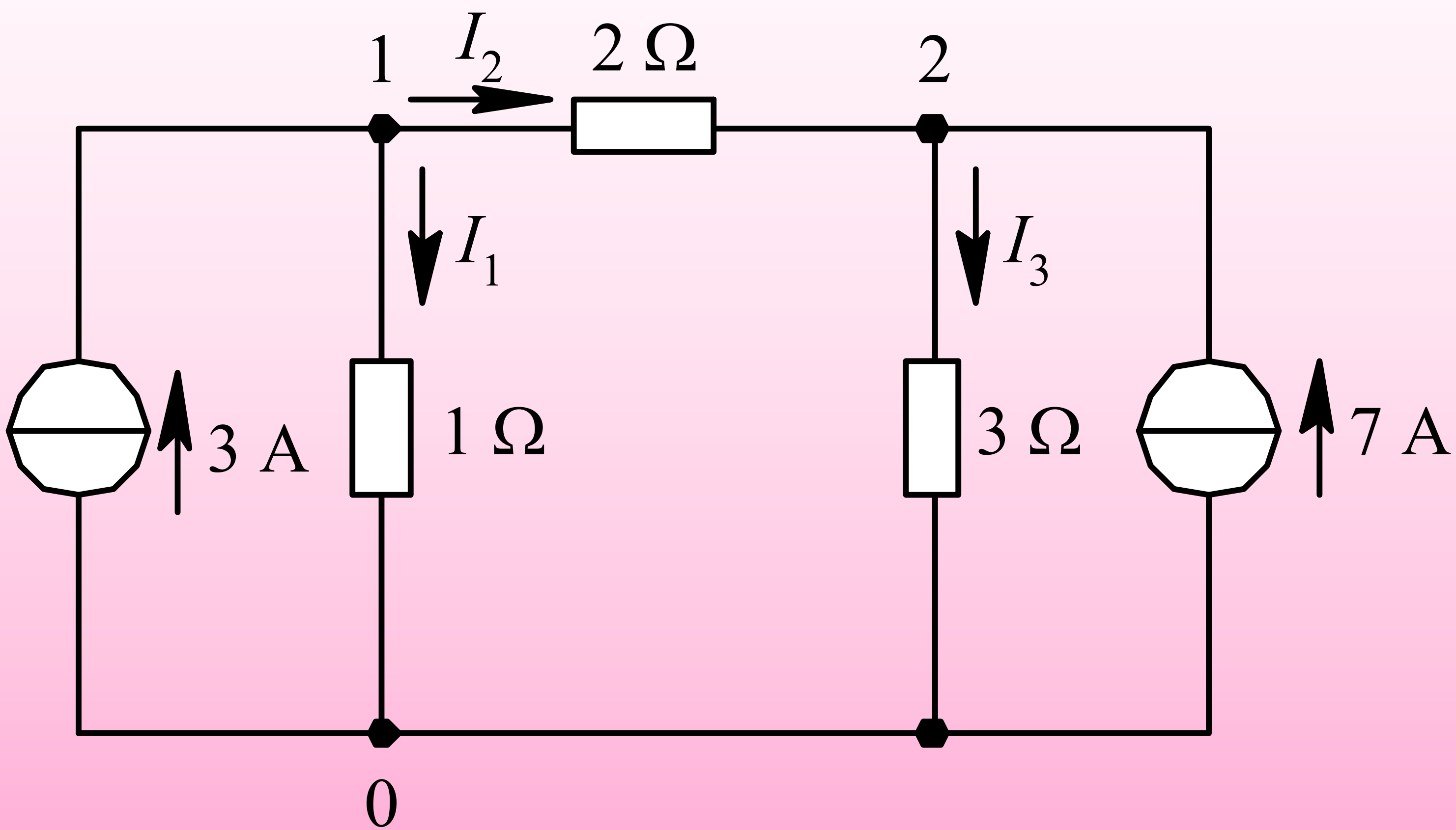


图2.23例2.10图

例 2.10（二）

解 取节点O为参考节点, 节点 1、2的节点电压为U_1、U_2, 按式（2.24）得

$$(\frac{1}{1}+\frac{1}{2})U_1-\frac{1}{2}U_2=3$$

$$-\frac{1}{2}U_1+(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})U_2=7$$

解之得

$$U_1=6V, U_2=12V$$

例 2.10（三）

取各支路电流的参考方向, 如图2.23所示。 根据支路电流与节点电压的关系, 有

$$I_1 = \frac{U_1}{1} = \frac{6}{1} = 6A$$

$$I_2 = \frac{U_1 - U_2}{2} = \frac{6-12}{2} = -3A$$

$$I_3 = \frac{U_2}{3} = \frac{12}{3} = 4A$$

例 2.11（一）

应用弥尔曼定理求图2.24所示电路中各支路电流。

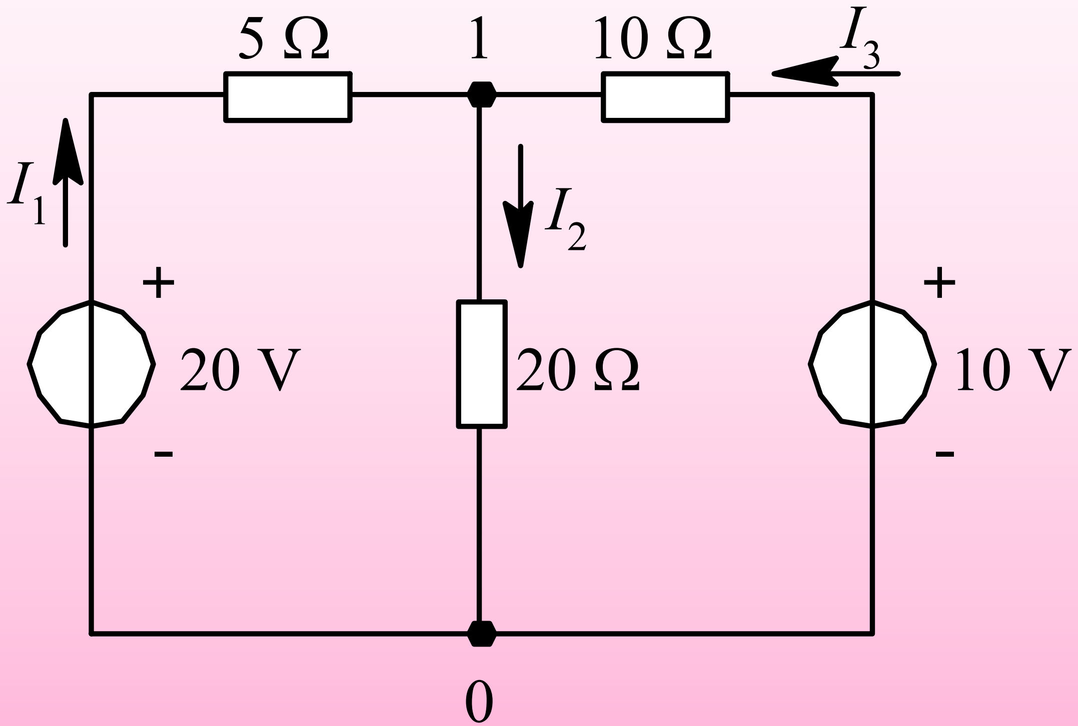


图2.23 例2.10图

例 2.11（二）

解 本电路只有一个独立节点, 设其电压为U_1, 由式(2.25)得

$$U_1 = \frac{\frac{20}{5}+\frac{10}{10}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10}} = 14.3V$$

例 2.11（三）

设各支路电流I_1、I_2、I_3的参考方向如图中所示，求得各支路电流为

$$I_1 = \frac{20 - U_1}{5} = \frac{20 - 14.3}{5} = 1.14A$$

$$I_2 = \frac{U_1}{20} = \frac{14.3}{20} = 0.72A$$

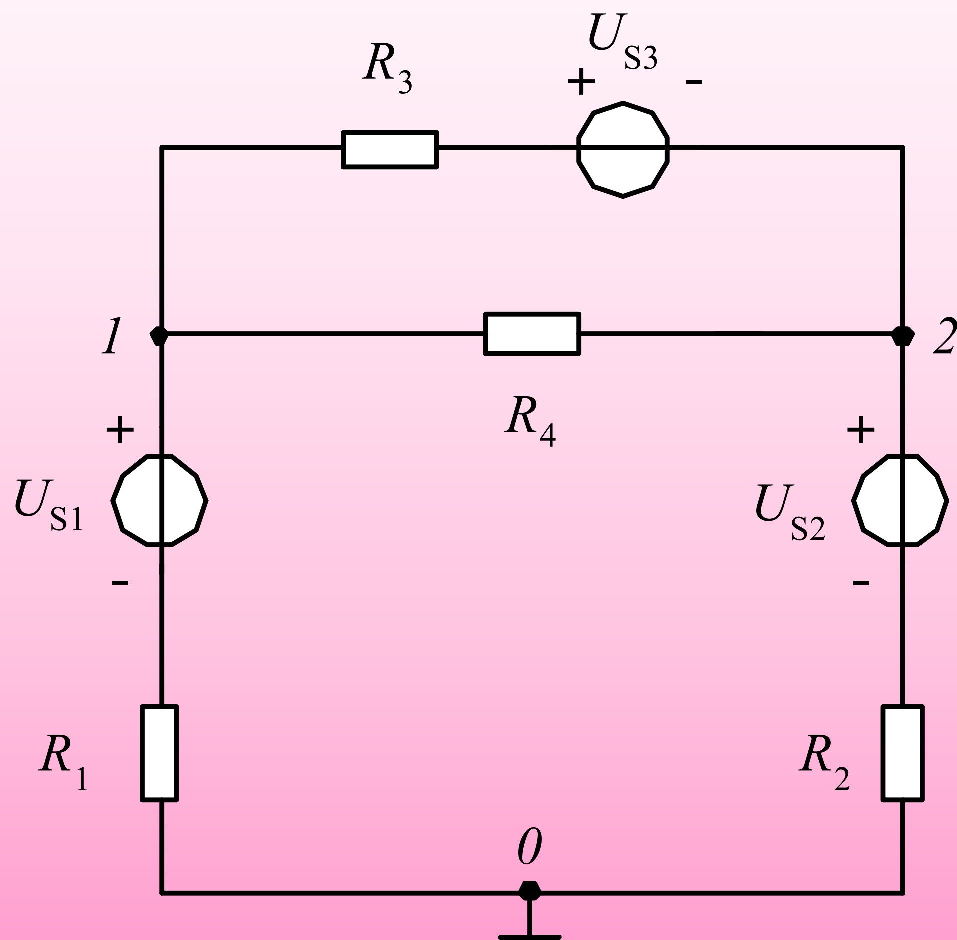
$$I_3 = \frac{10 - U_1}{10} = \frac{10 - 14.3}{10} = -0.43A$$

教学方法

将“自导、互导”与“自阻、互阻”比较着讲解，帮助学生理解这两个概念。

思考题

列出图2.25所示电路的节点电压方程.



2.7 叠加定理

目的与要求

（1） 理解叠 加 定 理

（2） 会用叠 加 定 理分析电路

重点与难点

重点： 叠 加 定 理的内容

难点： 使用叠 加 定 理时的注意事项

1.叠加定理的内容（一）

叠加定理是线性电路的一个基本定理。

叠加定理可表述如下:

在线性电路中, 当有两个或两个以上的独立电源作用时, 则任意支路的电流或电压, 都可以认为是电路中各个电源单独作用而其他电源不作用时, 在该支路中产生的各电流分量或电压分量的代数和。

1.叠加定理的内容（二）

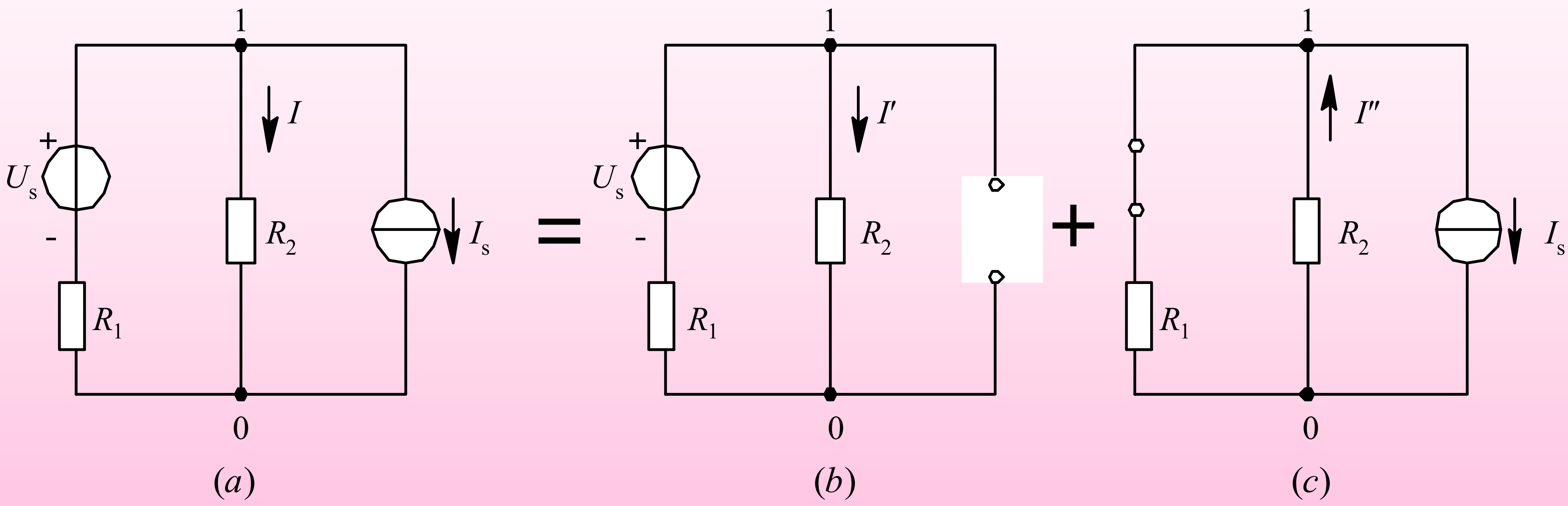


图2.26 叠加定理举例

1.叠加定理的内容（三）

$$U_{10}=\frac{\dfrac{U_s}{R_1}-I_s}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}}=\frac{R_2U_s-R_1R_2I_s}{R_1+R_2}$$

R_2支路的电流

$$I=\frac{U_{10}}{R_2}=\frac{U_s-R_1I_s}{R_1+R_2}=\frac{U_s}{R_1+R_2}-\frac{R_1}{R_1+R_2}I_s$$

1.叠加定理的内容（四）

$$I' = \frac{U_s}{R_1 + R_2}$$

$$I'' = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_s$$

$$I' - I'' = \frac{U_s}{R_1 + R_2} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_s = I$$

2.使用叠加定理时，应注意以下几点

1） 只能用来计算线性电路的电流和电压，对非线性电路，叠加定理不适用。

2） 叠加时要注意电流和电压的参考方向，求其代数和。

3） 化为几个单独电源的电路来进行计算时，所谓电压源不作用，就是在该电压源处用短路代替，电流源不作用，就是在该电流源处用开路代替。

4） 不能用叠加定理直接来计算功率。

例 2.12（一）

图2.27（a）所示桥形电路中R_1=2Ω, R_2=1Ω, R_3=3Ω, R_4=0.5Ω, U_s=4.5V, I_s=1A。试用叠加定理求电压源的电流I和电流源的端电压U。

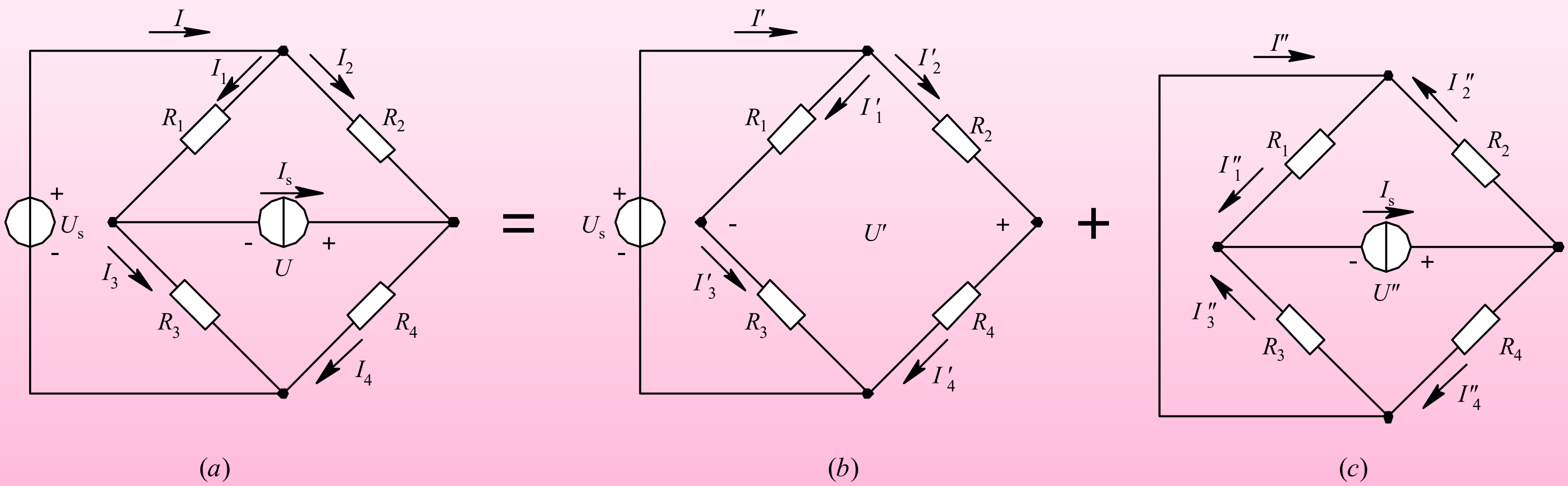


图2.27 例2.12图

例 2.12（二）

解 (1) 当电压源单独作用时, 电流源开路, 如图2.27（b）所示, 各支路电流分别为

$$I_1' = I_3' = \frac{U_s}{R_1 + R_3} = \frac{4.5}{2+3} = 0.9A$$

$$I_2' = I_4' = \frac{U_s}{R_2 + R_4} = \frac{4.5}{1+0.5} = 3A$$

$$I' = I_1' + I_2' = (0.9+3) = 3.9A$$

例 2.12（三）

电流源支路的端电压U'为

$$U' = R_4 I_4' - R_3 I_3' = (0.5\times 3 - 3\times 0.9) = -1.2V$$

例 2.12（四）

(2) 当电流源单独作用时, 电压源短路, 如图 2.27（c） 所示, 则各支路电流为

$$I_1'' = \frac{R_3}{R_1 + R_3} I_s = \frac{3}{2+3} \times 1 = 0.6A$$

$$I_2'' = \frac{R_4}{R_2 + R_4} I_s = \frac{0.5}{1+0.5} \times 1 = 0.333A$$

$$I'' = I_1'' - I_2'' = (0.6 - 0.333) = 0.267A$$

例 2.12（五）

电流源的端电压为

$$U'' = R_1 I_1'' + R_2 I_2'' = 2\times 0.6 + 1\times 0.333 = 1.5333V$$

(3) 两个独立源共同作用时, 电压源的电流为

$$I = I' + I'' = 3.9 + 0.267 = 4.167\,A$$

电流源的端电压为

$$U = U' + U'' = -1.2 + 1.5333 = 0.333V$$

例2.13（一）

求图2.28 所示梯形电路中支路电流I_5。

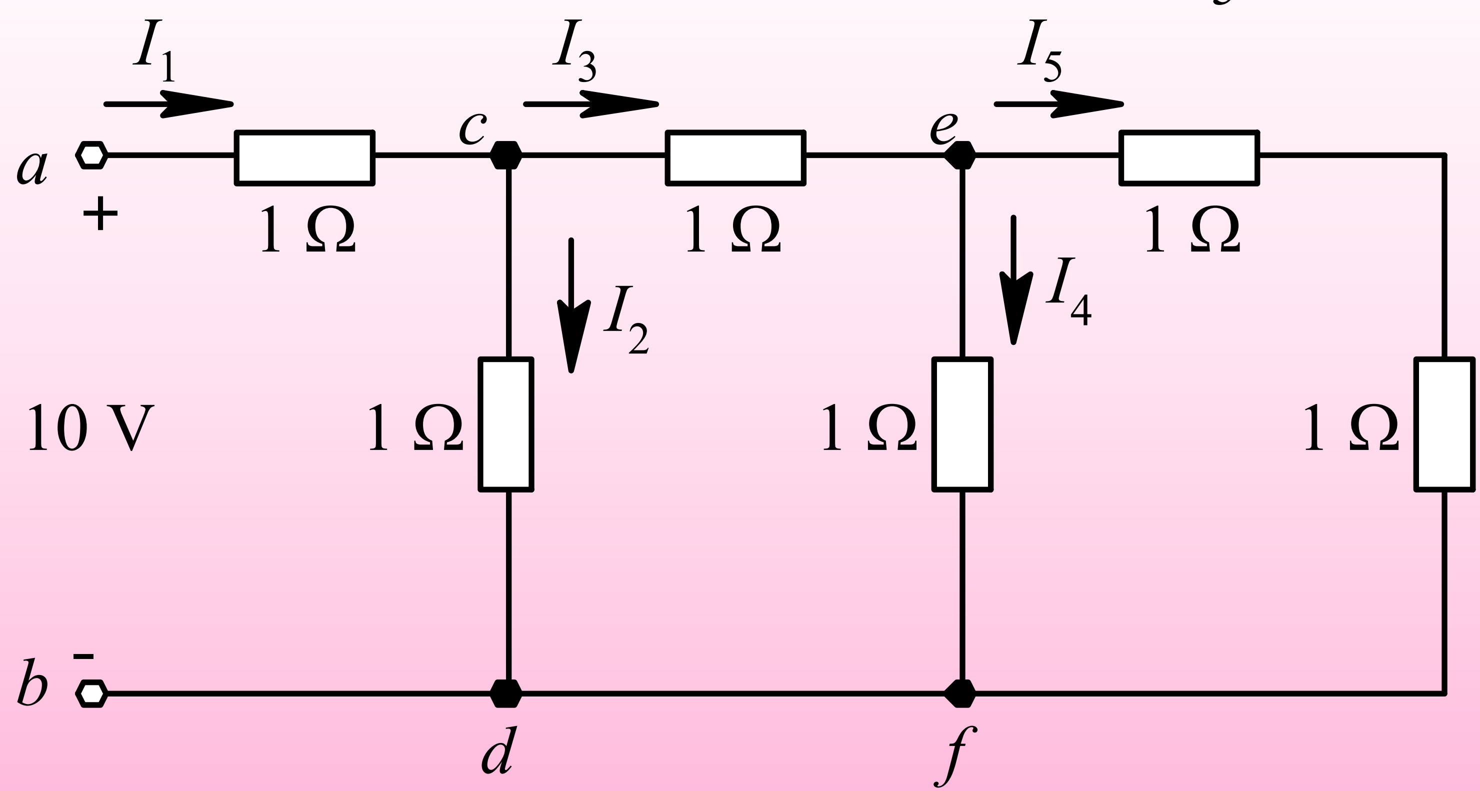


图2. 28例2. 13图

例2.13（二）

解 此电路是简单电路, 可以用电阻串并联的方法化简。但这样很繁琐。为此, 可应用齐次定理采用“倒推法”来计算。

$$设 I_5' = 1A$$

$$U_{ef}' = 2V, I_3' = I_4' + I_5' = 3A$$

$$U_{cd}' = U_{ce}' + U_{ef}' = 5V, I_1' = I_2' + I_3' = 8A,$$

$$U_{ab}' = U_{ac}' + U_{cd}' = 13V$$

例2.13（三）

根据齐次定理可计算得

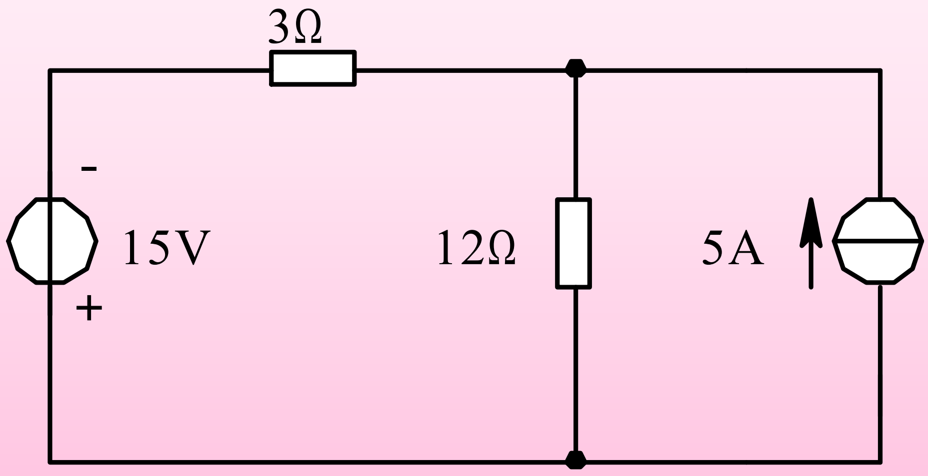
$$I_5 = 1 \times \frac{10}{13} = 0.769\,A$$

教学方法

讲授法

思考题

1. 试用叠加原理求图中电路12Ω电阻支路中的电流.



2. 当上题中电压由15V增到30V时,12Ω电阻支路中的电流变为多少?

2.8 戴维南定理

目的与要求

1 理解戴维南定理

2 会用戴维南定理分析电路

重点与难点

重点： 戴维南定理的内容

难点： 等效电阻的计算

1.戴维南定理内容

戴维南定理指出: 含独立源的线性二端电阻网络, 对其外部而言, 都可以用电压源和电阻串联组合等效代替

(1)该电压源的电压等于网络的开路电压
(2)该电阻等于网络内部所有独立源作用为零情况下的网络的等效电阻

2.证明（一）

下面我们对戴维南定理给出一般证明

$$I' = 0, U' = U_{0c}$$

$$I'' = I, U'' = -R_i I'' = -R_i I$$

$$I = I' + I'' = I''$$

$$U = U' + U'' = U_{0c} - R_i I$$

2.证明（二）

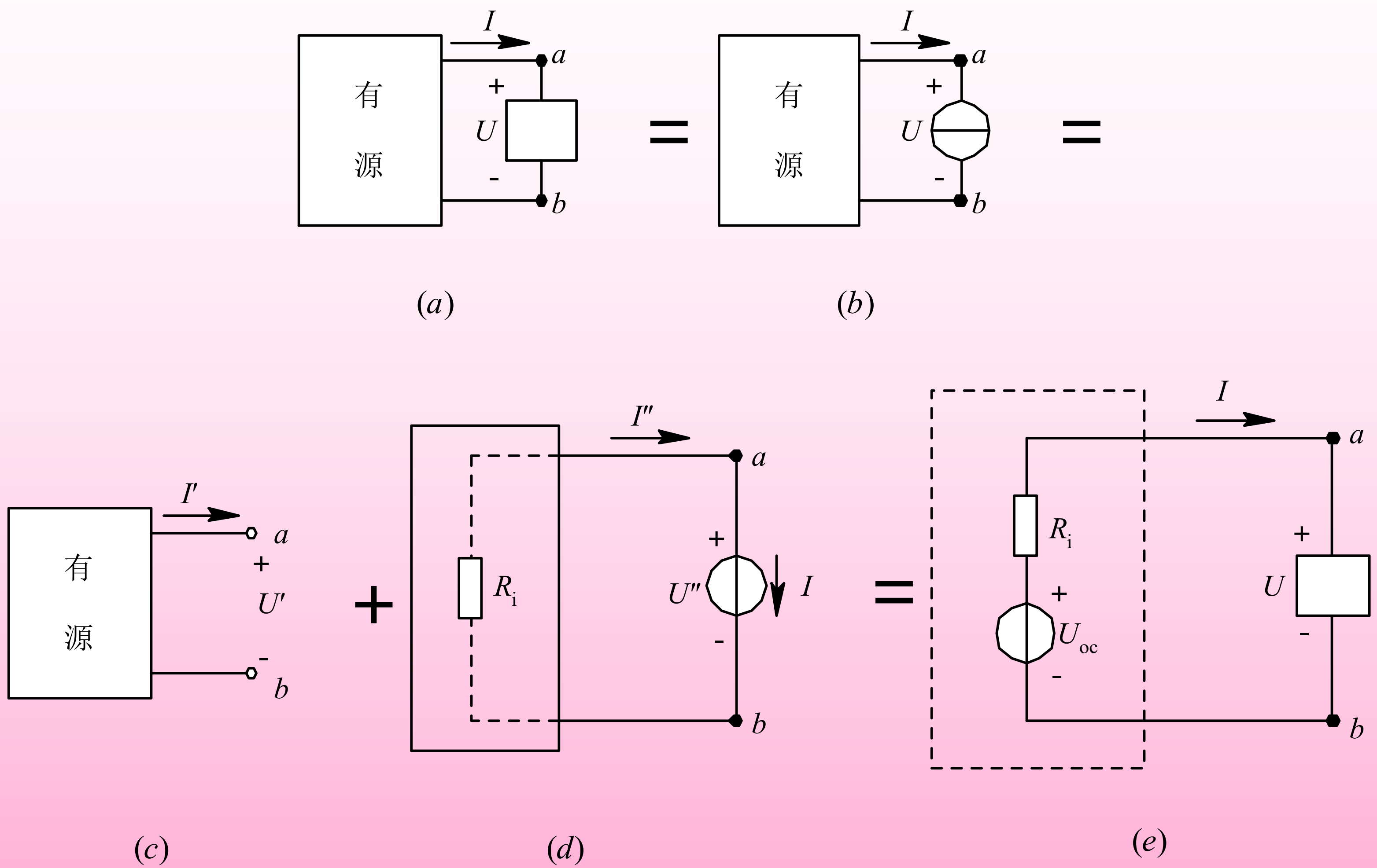


图 2.30 戴维南定理的证明

3.等效电阻的计算方法（一）

等效电阻的计算方法有以下三种：

（1） 设网络内所有电源为零, 用电阻串并联或三角形与星形网络变换加以化简, 计算端口ab的等效电阻。

（2） 设网络内所有电源为零, 在端口a、 b处施加一电压U, 计算或测量输入端口的电流I, 则等效电阻Ri=U/I。

3.等效电阻的计算方法（二）

（3） 用实验方法测量, 或用计算方法求得该有源二端网络开路电压Uoc和短路电流Isc, 则等效电阻Ri=Uoc/Isc。

例 2.14（一）

图2.31（*a*）所示为一不平衡电桥电路，试求检流计的电流I。

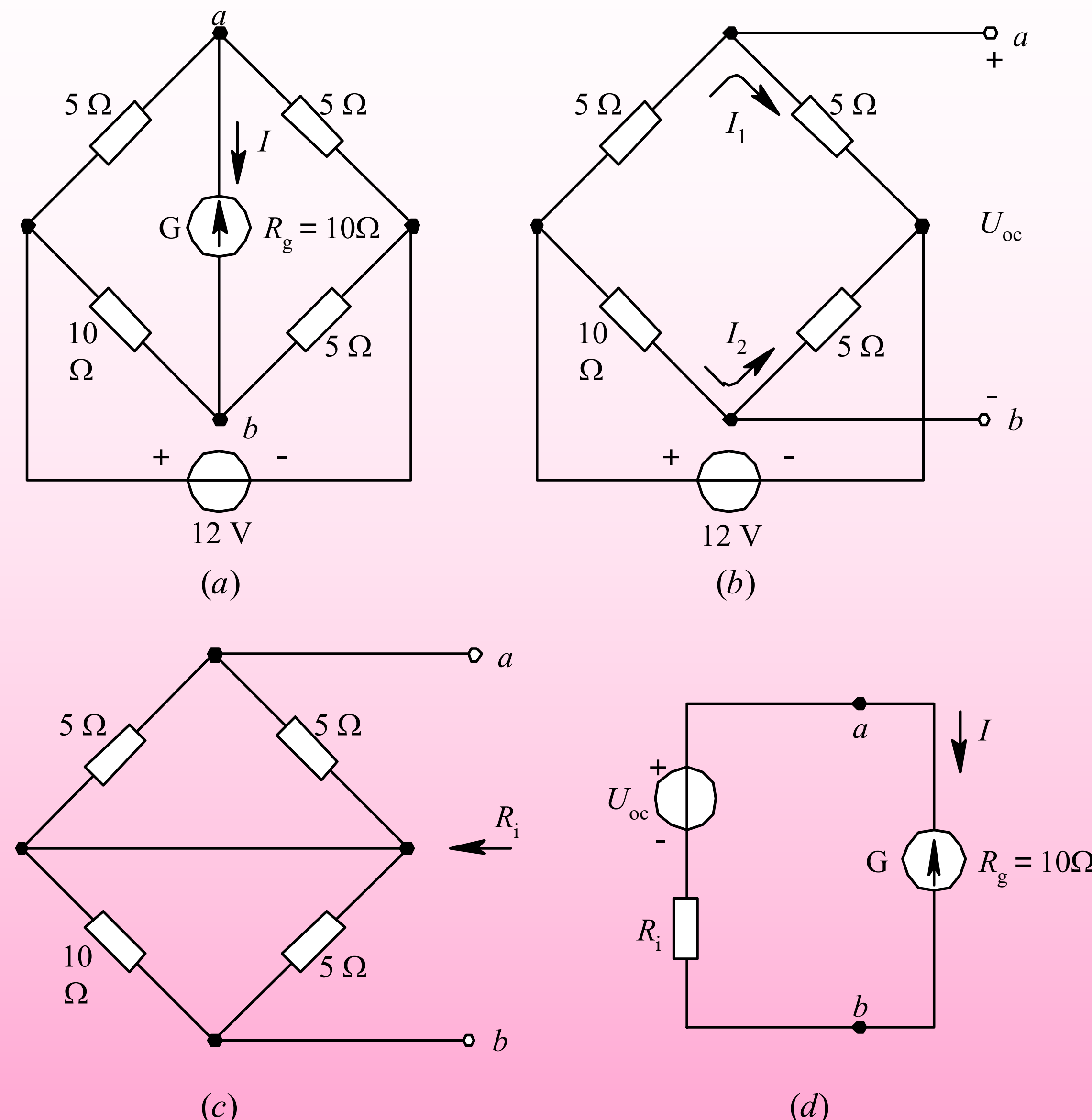


图2.31 例2.14图

例 2.14（二）

解 开路电压 U_{oc}为

$$U_{0c} = 5I_1 - 5I_2 = 5 \times \frac{12}{5+5} - 5 \times \frac{12}{10+5} = 2V$$

$$R_i = \frac{5 \times 5}{5+5} + \frac{10 \times 5}{10+5} = 5.83\Omega$$

$$I = \frac{U_{0c}}{R_i + R_g} = \frac{2}{5.83+10} = 0.126A$$

例 2.15（一）

求图2.32（*a*）所示电路的戴维南等效电路。

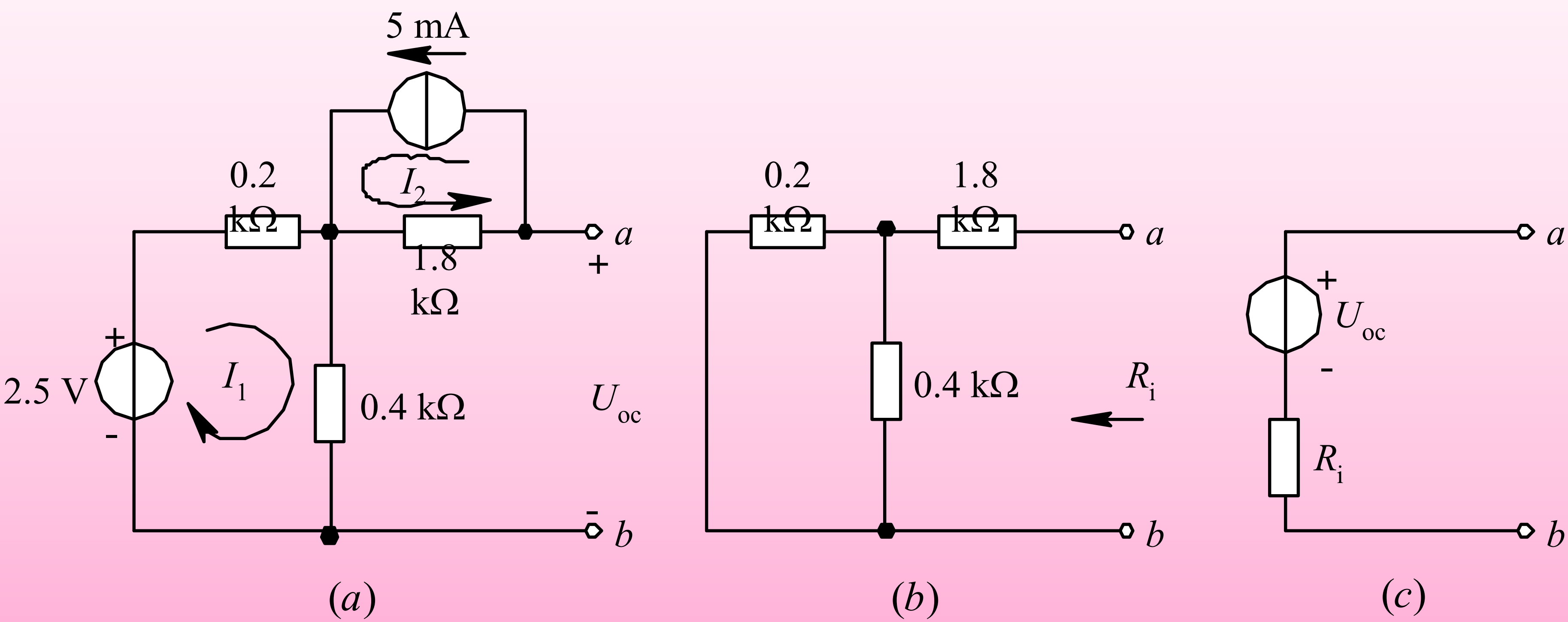


图2.32 例2.15图

例 2.15（二）

解 先求开路电压U_{oc}(如图2.32(a)所示)

$$I_1 = \frac{2.5}{0.2+0.4} = 4.2mA$$

$$I_2 = 5mA$$

$$U_{oc} = -1.8I_2 + 0.4I_1 = -1.8\times 5 + 0.4\times 4.2 = -7.32V$$

例 2.15（三）

然后求等效电阻R_{i}

$$R_i = 1.8 + \frac{0.2 \times 0.4}{0.2 + 0.4} = 1.93k\Omega$$

其中

$$U_{oc} = -7.32V, R_i = 1.93k\Omega$$

教学方法

讲授法

思考题

1.一个无源二端网络的戴维南等效电路是什？如何求有

源二端网络的戴维南等效电路?

2.在什么条件下有源二端网络传输给负载电阻功率最

大？这时功率传输的效率是多少?

*2.9 含受控源电路的分析

目的与要求

1. 理解四种受控源的类型
2. 了解含受控源电路的分析方法

重点与难点

重点： 四种受控源的类型

难点： 含受控源电路的分析方法

2.9.1 受控源（一）

定义：受电路另一部分中的电压或电流控制的电源, 称为**受控源**。

受控源有两对端钮: 一对为输入端钮或控制端口; 一对为输出端钮或受控端口。

2.9.1 受控源（二）

受控源有以下**四种类型**:

(1) 电压控制的电压源（记作 VCVS ）。

(2) 电流控制的电压源（记作 CCVS ）。

(3) 电压控制的电流源（记作 VCCS ）。

(4) 电流控制的电流源（记作 CCCS ）。

2.9.1 受控源（三）

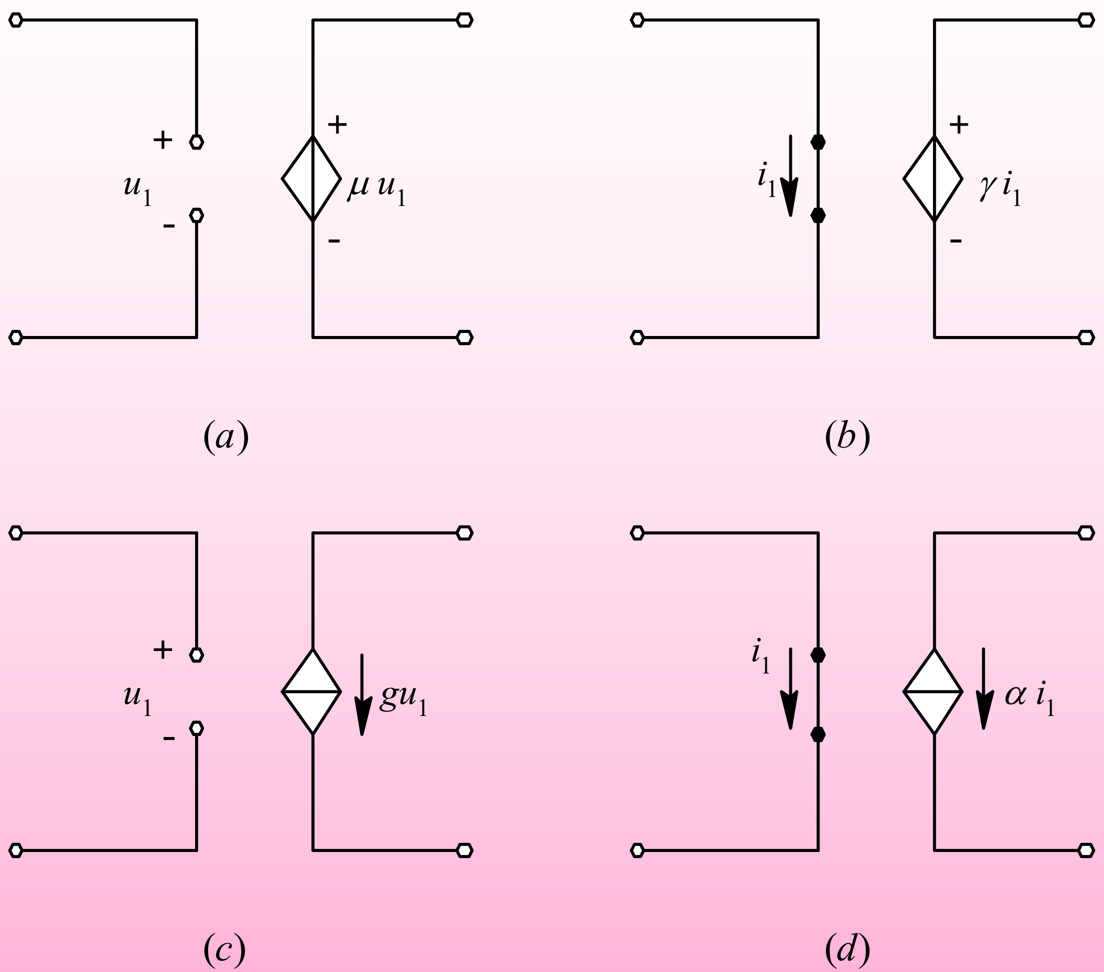


图2.33 四种受控源的模型

2.9.2 含受控源电路的分析（一）

含受控源电路的特点。

（1） 受控电压源和电阻串联组合与受控电流源和电阻并联组合之间, 像独立源一样可以进行等效变换。 但在变换过程中, 必须保留控制变量的所在支路。

2.9.2 含受控源电路的分析（二）

（2） 应用网络方程法分析计算含受控源的电路时, 受控源按独立源一样对待和处理, 但在网络方程中, 要将受控源的控制量用电路变量来表示。即在节点方程中, 受控源的控制量用节点电压表示; 在网孔方程中, 受控源的控制量用网孔电流表示。

2.9.2 含受控源电路的分析（三）

（3） 用叠加定理求每个独立源单独作用下的响应时, 受控源要像电阻那样全部保留。同样, 用戴维南定理求网络除源后的等效电阻时, 受控源也要全部保留。

（4） 含受控源的二端电阻网络, 其等效电阻可能为负值, 这表明该网络向外部电路发出能量。

例 2.16（一）

图2.34（a）电路中, 已知U_s、I_s、R_1、R_2、R_3、α, 试求I。

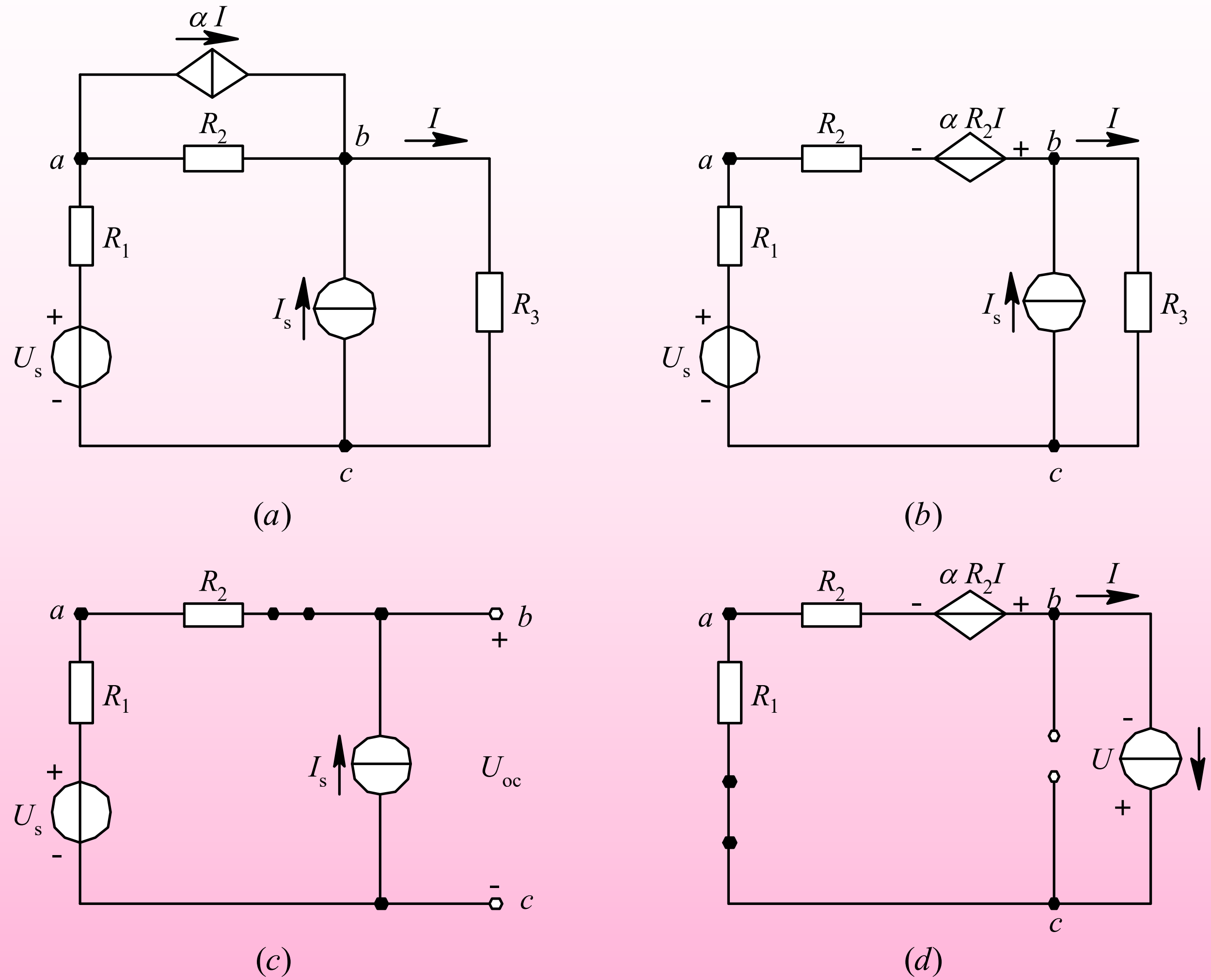


图2.34例2.16图

例 2.16（二）

解 (1) 直接应用节点电压法。选节点c为参考点, 控制量

$$I=G_3U_b$$

把受控电流源$\alpha I=\alpha G_3U_b$当作独立源, 列节点方程如下

$$(G_1+G_2)U_a-G_2U_b=G_1U_s-\alpha G_3U_b$$

$$-G_2U_a+(G_2+G_3)U_b=I_s+\alpha G_3U_b$$

从上列方程可以解得U_b, 并得到I。

例 2.16（三）

(2) 变并为串。控制量表示为$I=U_{bc}/R_3$, 由弥尔曼定理可得U_{bc}。

$$U_{bc}=\frac{\dfrac{U_s+a\dfrac{R_2}{R_3}U_{bc}}{R_1+R_2}+I_s}{\dfrac{1}{R_1+R_2}+\dfrac{1}{R_3}}$$

解得U_{bc}, 就可得I。

例 2.16（四）

（3）用戴维南定理。

$$U_{oc}=(R_1+R_2)I_s+U_s$$

$$U=(R_1+R_2)I-aR_2I=[R_1+(1-a)R_2]I$$

则

$$R_i=\frac{U}{I}=R_1+(1-a)R_2$$

最后得

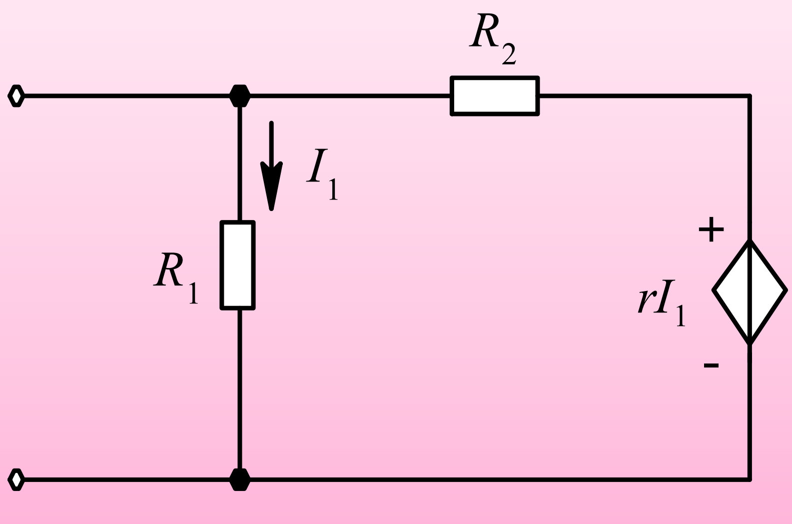
$$I=\frac{U_{oc}}{R_3+R_i}=\frac{(R_1+R_2)I_s+U_s}{R_1+(1-a)R_2+R_3}$$

教学方法

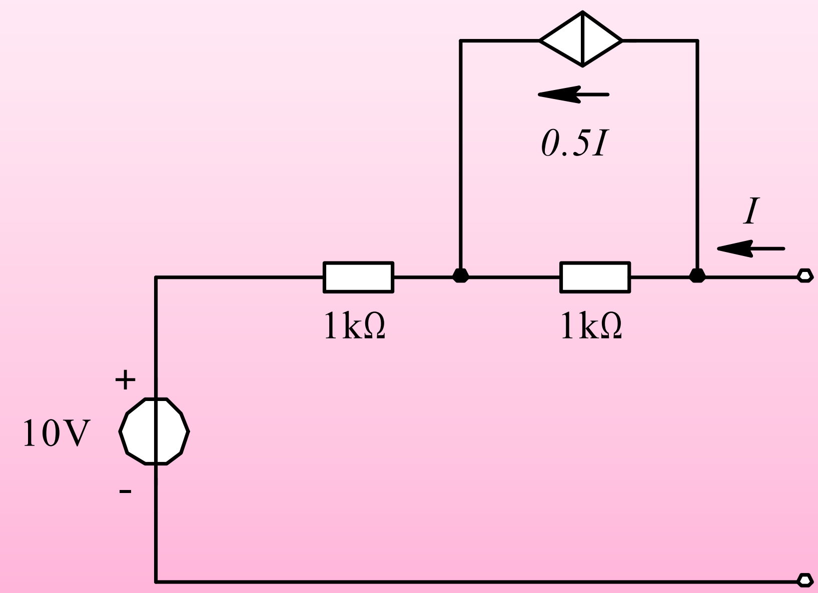
讲授法

思考题

1. 试求图（a）所示电路的等效电阻.
2. 试求图（b）所示电路的开路电压.



(a)



(b)